

Tarea 7

1. Problema 1. En la interpretación de primera cuantización de la ecuación de Dirac verifique que el hamiltoniano de Dirac

$$H = \gamma_0(\gamma_i P_i + m)$$

conmuta con el momento angular total $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$ con $\mathbf{L} = \mathbf{R} \times \mathbf{P}$ el momento angular orbital y \mathbf{S} el operador de espín

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sigma & 0 \\ 0 & \sigma \end{pmatrix}$$

2. Problema 2. Considere las soluciones libres de la ecuación de Dirac

$$u(p, +) = \sqrt{\frac{E+m}{2m}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \frac{\sigma \cdot \mathbf{p}}{E+m} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix}, \quad u(p, -) = \sqrt{\frac{E+m}{2m}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \frac{\sigma \cdot \mathbf{p}}{E+m} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

$$v(p, -) = \sqrt{\frac{E+m}{2m}} \begin{pmatrix} \frac{\sigma \cdot \mathbf{p}}{E+m} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad v(p, +) = \sqrt{\frac{E+m}{2m}} \begin{pmatrix} \frac{\sigma \cdot \mathbf{p}}{E+m} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

y suponga que el el momentum apunta en la dirección z , $\mathbf{p} = (0, 0, p_z)$. Verifique que entonces las funciones son autofunciones de la componente z del operador de espín definido en el problema anterior.

3. Problema 3. Considere el scattering de Compton en el cual un fotón con momentum $k^\mu = (\omega, \mathbf{k})$ con $\omega = |\mathbf{k}|$ choca con una partícula en reposo y es dispersada en un ángulo θ con un momento final $k'^\mu = (\omega', \mathbf{k}')$ con $\omega = |\mathbf{k}'|$. Exprese ω' en función de ω y θ Resp:

$$\omega' = \frac{\omega}{1 + (\omega/m)(1 - \cos \theta)}$$

4. Problema 4. Demuestre que en el límite de masas cero la amplitud no polarizada a menor orden de l proceso $e^- \mu^- \rightarrow e^- \mu^-$ se escribe en términos de las variables de Mandelstam como,

$$\overline{|M|^2} = \frac{8e^2}{t^2} \left[\left(\frac{s}{2}\right)^2 + \left(\frac{u}{2}\right)^2 \right]$$