

Módulo de Instrumentación 2022

Sub-módulo de Sistemas Complejos

Clase 19: Introducción a los sistemas complejos.

Clase 20: Explorando sistemas no lineales.

Clase 21: Límites de la predicción.

Clase 22: El péndulo doble (práctica).

Clase 23: El circuito de Chua (práctica).



Latin American alliance for
Capacity building in Advanced physics

LA-CoNGA physics



Cofinanciado por el
programa Erasmus+
de la Unión Europea



Módulo de Instrumentación 2022

Clase 19: Introducción a los Sistemas Complejos

Mario Cosenza



Latin American alliance for
Capacity building in Advanced physics

LA-CoNGA physics



Cofinanciado por el
programa Erasmus+
de la Unión Europea

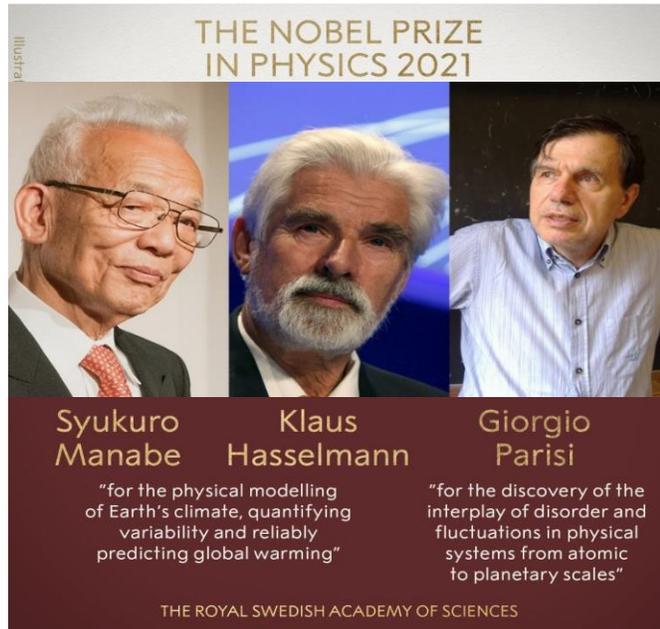


Un reconocimiento oficial de un nuevo campo

“I think the next century will be the century of complexity”

Stephen Hawking

San Jose Mercury News, January 2000.



El Premio Nobel de Física 2021 fue otorgado:

"for groundbreaking contributions to our understanding of complex systems"

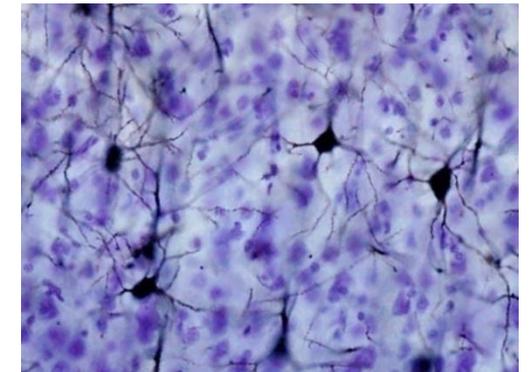
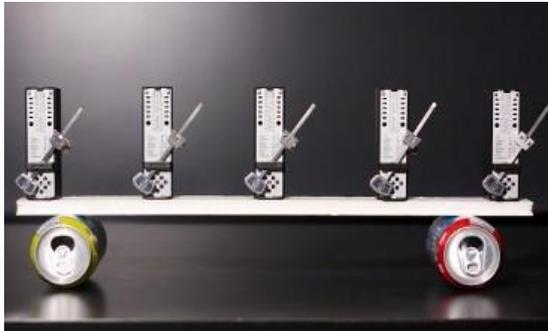


Sistemas complejos

(Siglo XXI) **Sistema complejo:** conjunto de elementos interactivos cuyo comportamiento colectivo (estructuras, funcionalidad, organización) no puede ser descrito a partir del comportamiento de los elementos aislados; **emerge** de sus interacciones → **No linealidad.**

Ejemplos: osciladores acoplados, colonias de insectos, cardúmenes, bandadas de pájaros, tráfico, sistemas ecológicos, sistemas fisiológicos, clima, economía, sistemas sociales, cerebro. → **Interdisciplinariedad.**

Comportamientos colectivos comunes: sincronización (coherencia), formación de patrones espaciotemporales, auto-organización, adaptación, transición orden-desorden, fases, red de conectividad → **Universalidad.**

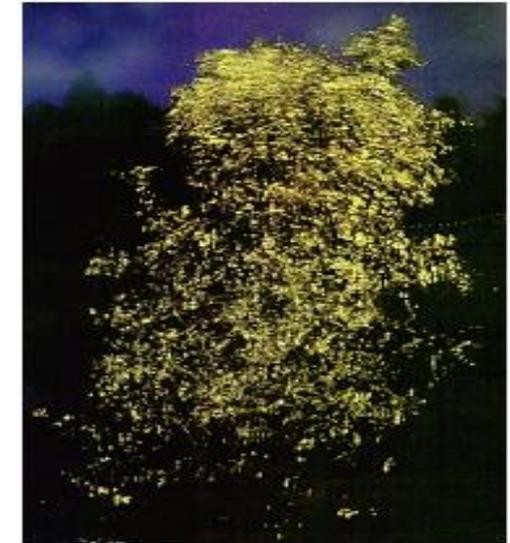
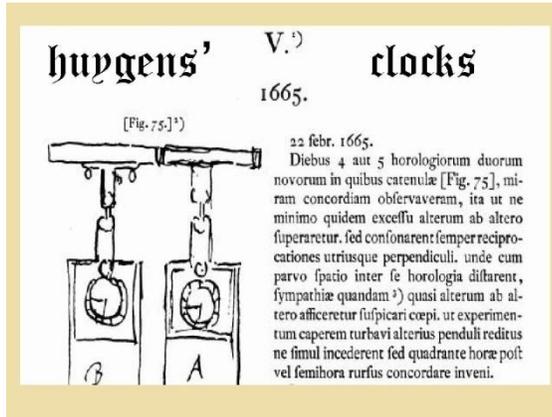




Sincronización: ejemplo de comportamiento colectivo universal

Sistema de elementos interactivos. $i = 1, \dots, N$ $x_t(i) =$ estado de elemento i en tiempo t .

Sincronización: $x_t(i) = x_t(j), \forall i, j$ sostenido en el tiempo.





Características de sistemas complejos



“There are mechanisms that lead to collective organization *emerging* from the disordered individual behavior”.

Thomas Schelling,
Micromotives and Macrobehavior (1978).

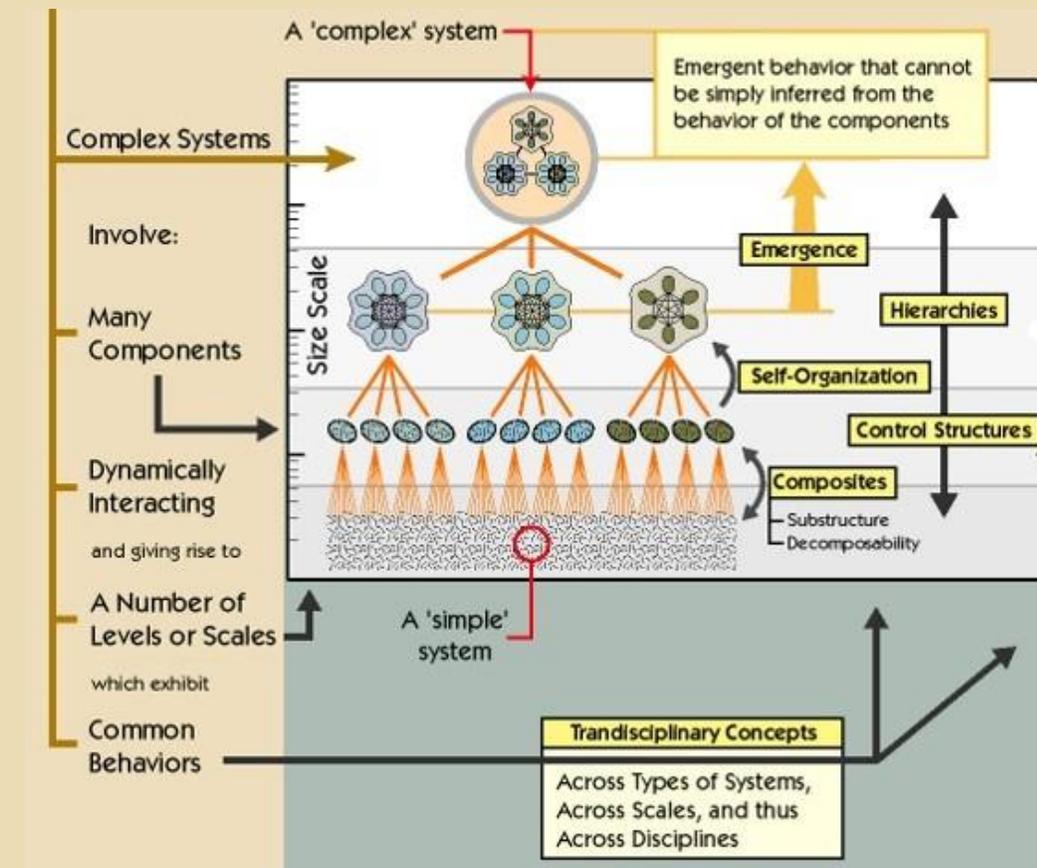


“We call *emergence* God Principle, as particle physicists talk about God Particle.

Philip Anderson,
More is Different, one more time (2002).

Características de los sistemas complejos:

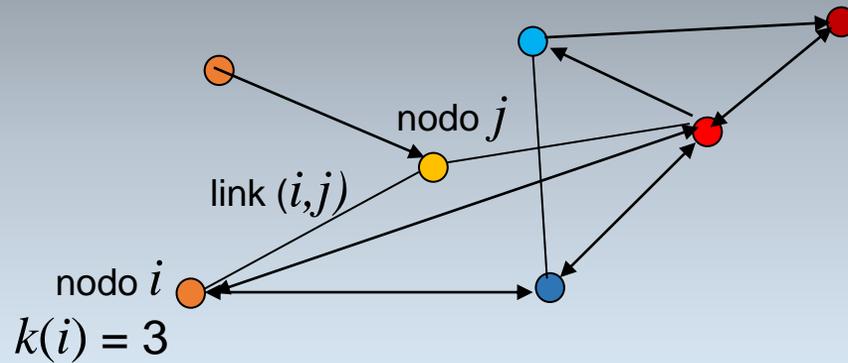
- Muchos elementos o componentes discretos en interacción.
- *Interacciones generalizadas*: no limitadas a las 4 fuerzas fundamentales; (intercambio de información, mensajes, tweets, contactos, dinero, recursos, etc)
- Variables de estado: cualquier propiedad que pueda cambiar (posición, velocidad, forma, color, opinión, riqueza, amistad, etc)
- No lineales, no superposición, muchos son algorítmicos.
- Sistemas fuera del equilibrio (generalmente) .
- Estructuras, comportamiento a escala superior de descripción emerge de interacciones a escalas inferiores.
- Sistemas de contextos distintos (físicos, químicos, biológicos, sociales) pueden exhibir comportamientos colectivos similares: *universalidad*.
- Comportamiento complejo no requiere causas complejas (no muchos parámetros, *no complicado*).





Redes: la estructura de sistemas complejos

Sistemas complejos: elementos dinámicos + red de interacciones (conexiones, enlaces, links).



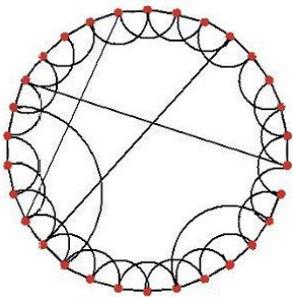
$i = 1, 2, \dots, N$ (tamaño del sistema)

$k(i)$ = número de conexiones de nodo i

$x_i(t)$ = variable de estado de nodo i en tiempo t
(estados y/o tiempo pueden ser continuos o discretos)

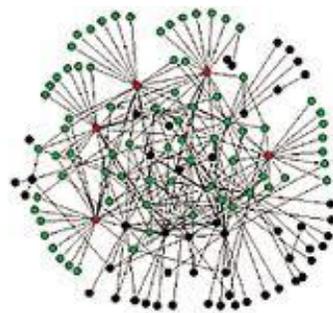
Redes Complejas: estructuras características en sistemas de diversos contextos.

Small world



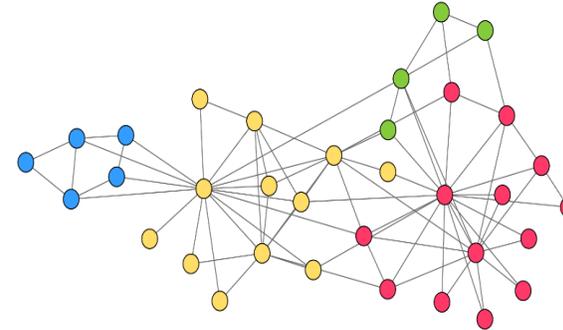
Distancia media entre nodos $\ll N$
entre ordenada y aleatoria

Scale free



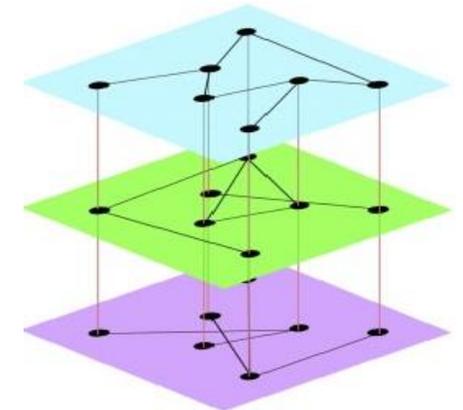
Distribución de links: $P(k) \sim k^{-\alpha}$
Pocos nodos con muchos links,
muchos nodos con pocos links

Comunidades



Subgrupos con muchos links internos,
pocos links entre distintos subgrupos

Multicapas

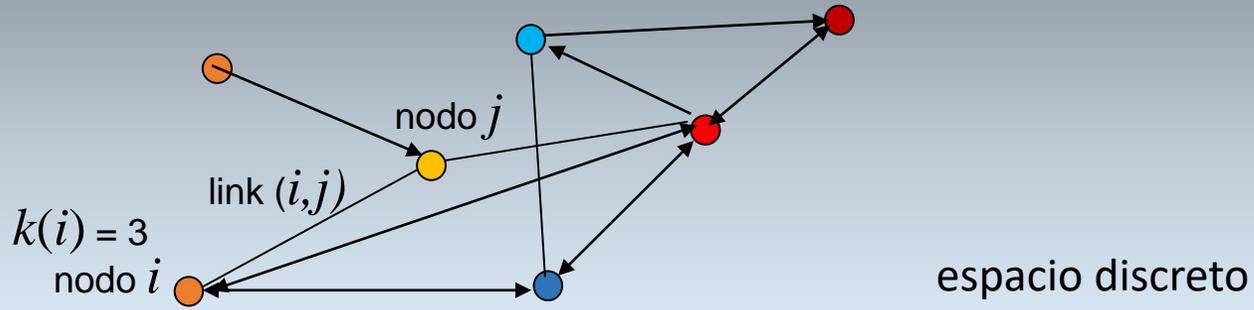


Diferentes redes coexistentes



Redes dinámicas

Sistema complejo: elementos dinámicos + red de interacciones



$i = 1, 2, \dots, N$ (tamaño del sistema)

$k(i)$ = número de conexiones de nodo i

\mathcal{V}_i : conjunto de vecinos de i

$\mathbf{x}_t(i)$ = variables de estado del nodo i en tiempo t
(estados y/o tiempo pueden ser continuos o discretos)

Estados $\mathbf{x}_t(i)$ continuos, espacio discreto, tiempo continuo \rightarrow red de ecuaciones diferenciales acopladas:

$$\frac{d\mathbf{x}(i)}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{x}_t(i)) + \varepsilon \sum_{j \in \mathcal{V}_i} \mathbf{g}(\mathbf{x}_t(i), \mathbf{x}_t(j)) \quad \mathbf{x}_t(i) = (x_t^1(i), x_t^2(i), \dots, x_t^m(i)) \in \mathbb{R}^m, \quad t \in \mathbb{R}$$

Estados $\mathbf{x}_t(i)$ continuos, espacio discreto, tiempo discreto \rightarrow red de mapas acoplados:

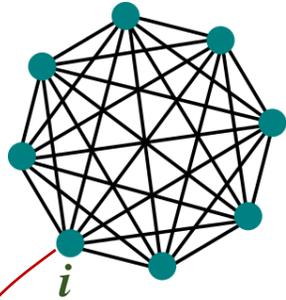
$$\mathbf{x}_{t+1} = \mathbf{f}(\mathbf{x}_t(i)) + \varepsilon \sum_{j \in \mathcal{V}_i} \mathbf{g}(\mathbf{x}_t(i), \mathbf{x}_t(j)) \quad \mathbf{x}_t(i) = (x_t^1(i), x_t^2(i), \dots, x_t^m(i)) \in \mathbb{R}^m, \quad t = 0, 1, 2, \dots$$

Estados $\mathbf{x}_t(i)$ discretos, espacio discreto, tiempo discreto \rightarrow autómatas celulares.

$\mathbf{f}(\mathbf{x}_i) \in \mathbb{R}^m$ = dinámica local, $\mathbf{g}(\mathbf{x}_t(i), \mathbf{x}_t(j))$ = función de acoplamiento de i con vecino j ε = parámetro acoplamiento



Redes con interacciones globales

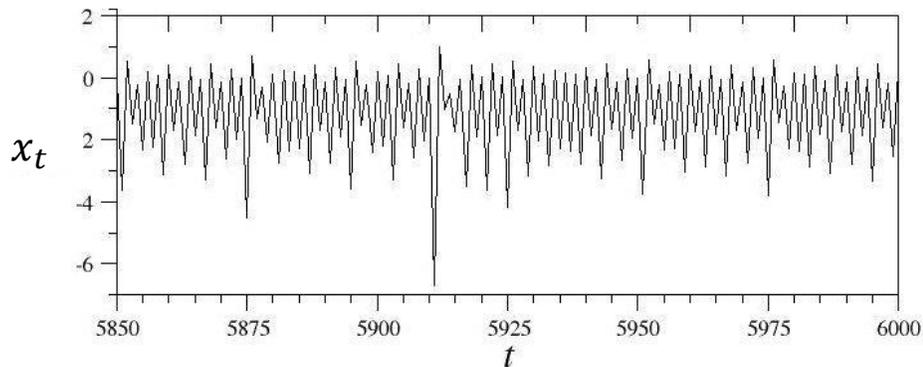


Interacción global:
información compartida por todos
los elementos del sistema

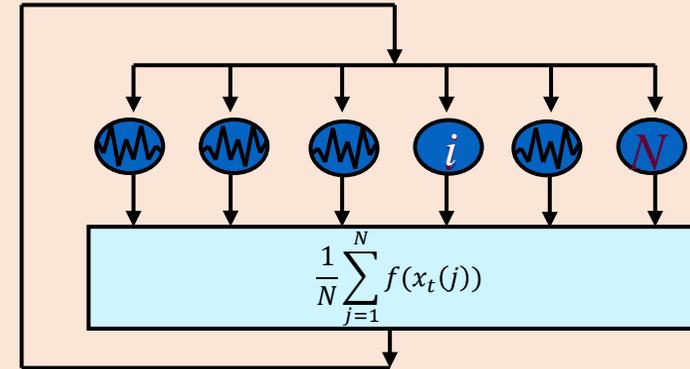
Dinámica local: función iterativa o mapa, tiempo discreto $t = 0, 1, 2, \dots$

$$x_{t+1}(i) = f(x_t(i)) \quad x_0 \rightarrow x_1 \rightarrow x_2 \rightarrow x_3 \rightarrow \dots x_n = f^{(n)}(x_0)$$

Ej. $x_{t+1} = f(x_t) = 1.5 - |x_t|^{-0.5} \rightarrow$ **dinámica caótica, irregular**



Red globalmente acoplada



Red de mapas acoplados:

$$x_{t+1}(i) = (1 - \epsilon) f(x_t(i)) + \frac{\epsilon}{N} \sum_{j=1}^N f(x_t(j))$$

$$i = 1, 2, \dots, N = 10^4$$

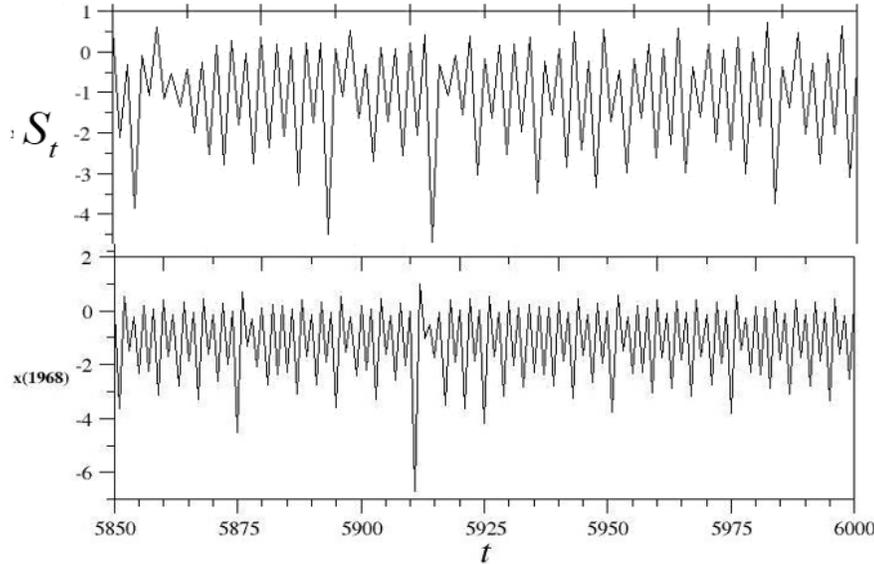
ϵ : parámetro acoplamiento, $t = 0, 1, 2, \dots$

$x_0(i)$: condiciones iniciales distribuidas aleatoriamente $\forall i$



Comportamiento colectivo no trivial

Comportamiento incoherente, sistema desincronizado

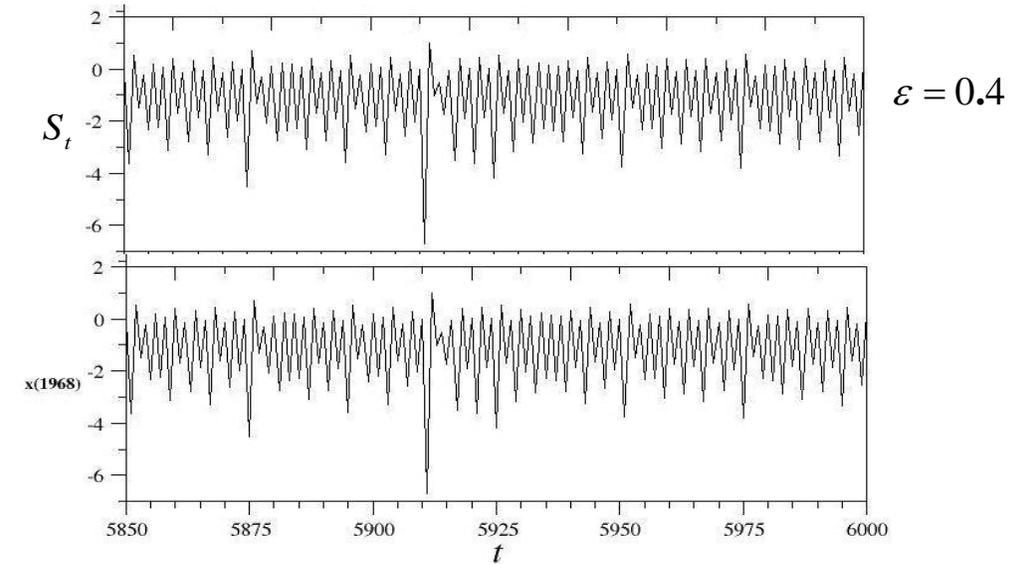


$$S_t = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_t(i)$$

Campo medio del sistema

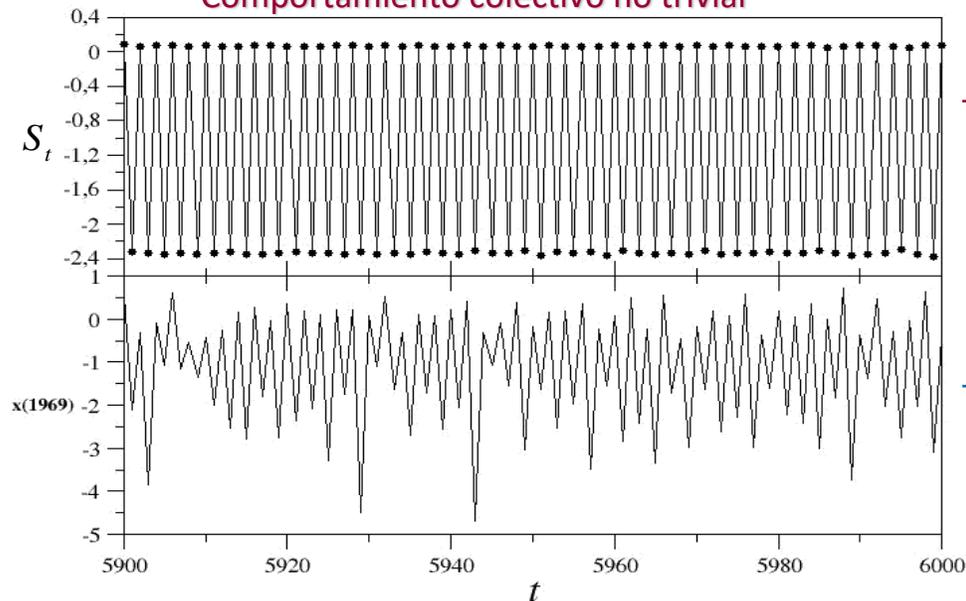
$\varepsilon = 0.04$

Comportamiento colectivo coherente: sincronización caótica

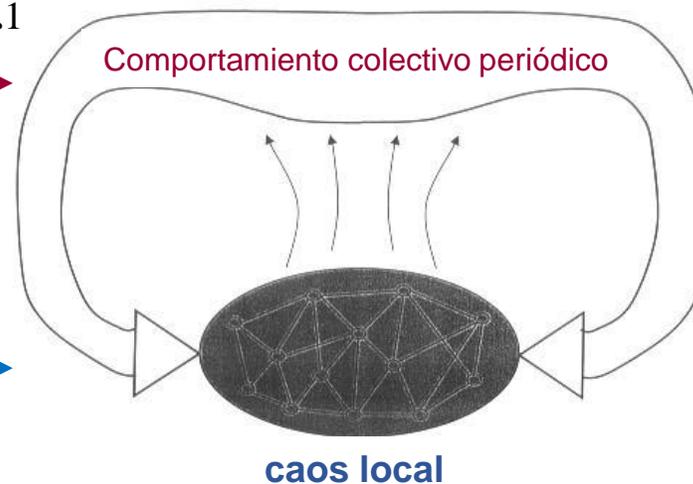


$\varepsilon = 0.4$

Comportamiento colectivo no trivial



$\varepsilon = 0.1$

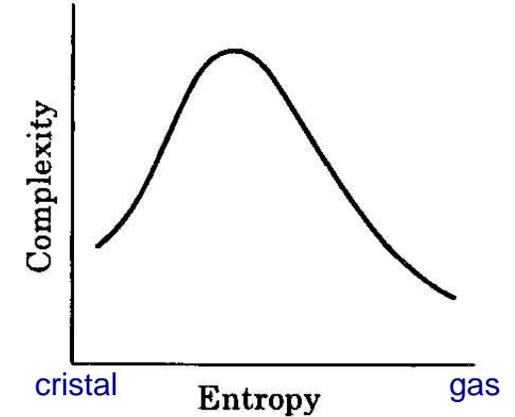
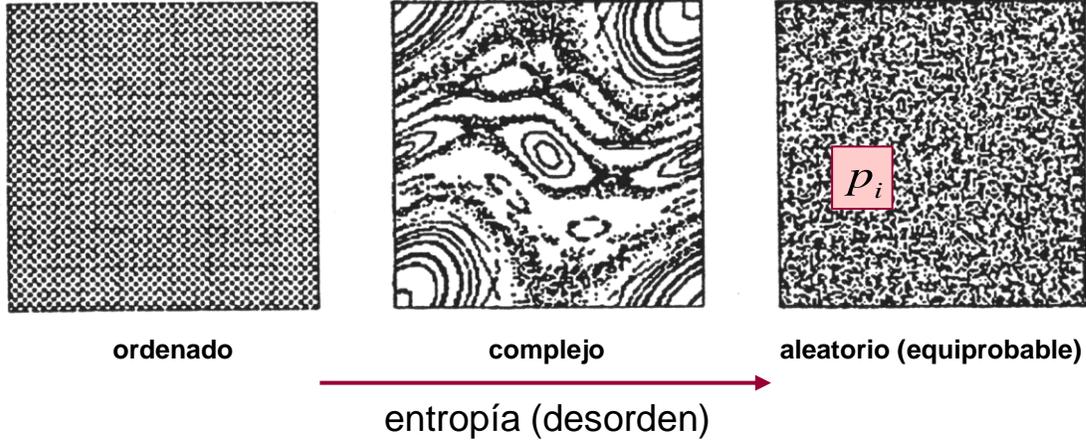


Comportamiento colectivo no trivial

Fluctuaciones de S_t decrecen con aumento del tamaño N
 → amplitud del periodo mejor definida



Medidas de complejidad



Complejidad ↔ Estructuras emergentes (espacio, tiempo)

Se han propuesto diversas medidas de complejidad:

- Complejidad algorítmica: mínimo número de instrucciones que generan al sistema.
- Complejidad ↔ flujo de información entre partes del sistema.

Complejidad estadística: [Lopez-Ruiz, Mancini, Calbet, *Phys. Lett. A* **209**, 321 (1995)]

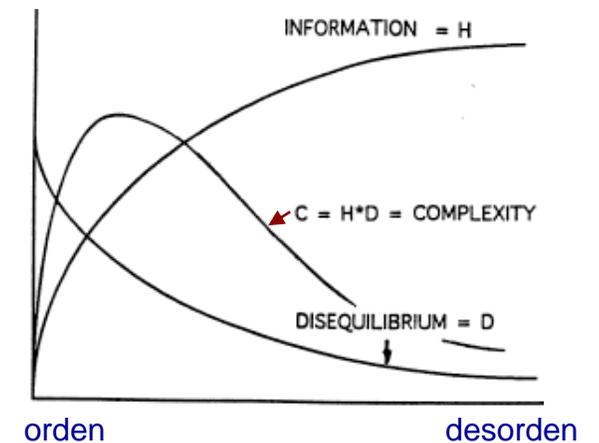
$$C = k H \times D$$

$H =$ información: (entropía) $H = - \sum_{i=1}^Q p_i \ln p_i$

Q : número de estados

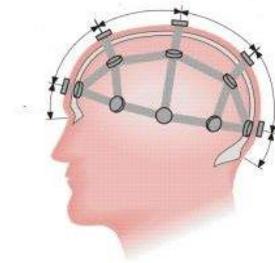
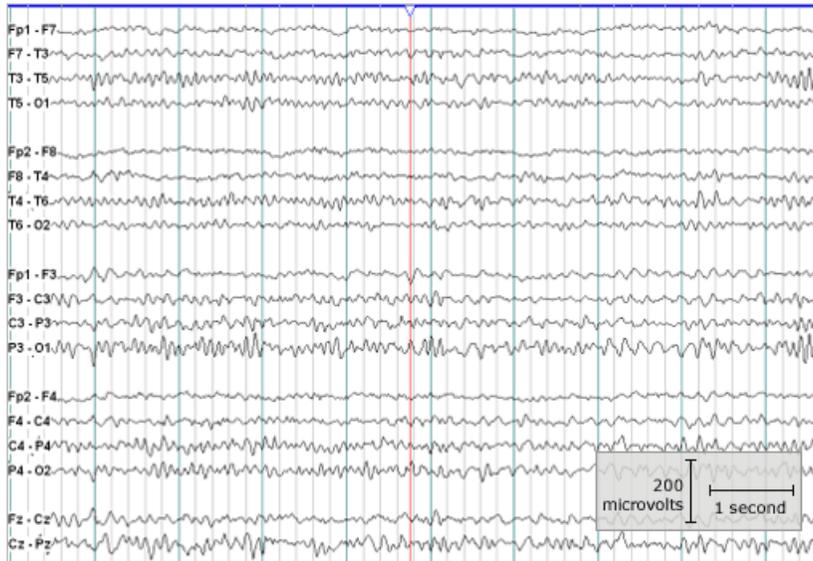
Complejidad es una medida relativa;
Medir cambios de complejidad: ΔC

$D =$ desequilibrio: $D = \sum_{i=1}^Q \left(p_i - \frac{1}{Q} \right)^2$





Complejidad de señales EEG



EEG: 19 canales (electrodos)

$x_t(i)$: señal del canal i en tiempo t

Campo medio de un EEG en tiempo t :

$$S_t = \frac{1}{19} \sum_{i=1}^{19} x_t(i)$$

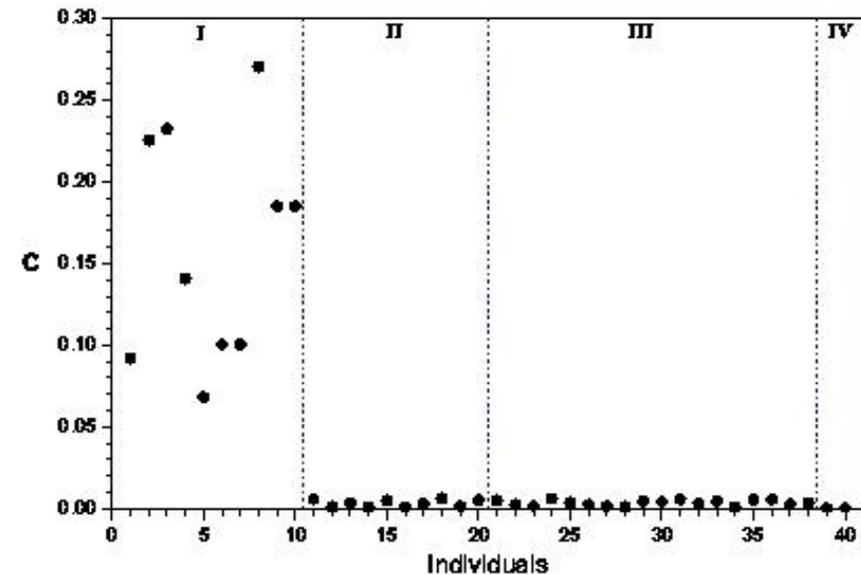
Base de datos:

I sujetos sanos: 10

II pacientes epilépticos con tratamiento: 10

III pacientes epilépticos sin tratamiento: 18

IV pacientes epilépticos durante una crisis: 2



Epilepsia: mayor grado de sincronización (estudios previos).



Aplicaciones Interdisciplinarias

Sistemas Dinámicos/Caos:

Sistemas dinámicos espaciotemporales, autómatas celulares, redes neuronales, análisis de series temporales, clima, turbulencia, criptografía, sismos, límites de predicción, sincronización, comportamientos colectivos emergentes, estados quiméricos.

Sociofísica:

modelos de formación de opiniones, consenso y polarización, elecciones, cooperación, influencia cultural, globalización, medios de comunicación masiva, propaganda, propagación de rumores, modelos de conflicto, criminalidad, terrorismo, redes sociales (reales y virtuales), influencers o líderes, migraciones.

Econofísica:

distribución de riqueza, intercambio económico, mercados financieros, redes de distribución de bienes y servicios, bancos, comercio global, formación de alianzas y bloques.

Sistemas biológicos:

propagación de epidemias, modelos de crecimiento celular, evolución, redes de interacción de proteínas y genes, modelos ecológicos, movimientos colectivos (bandadas, enjambres, rebaños), dinámica neuronal, análisis de señales fisiológicas (EEG, ECG), epilepsia.



<http://laconga.redclara.net>



contacto@laconga.redclara.net



lacongaphysics



Latin American alliance for
Capacity buildiNG in Advanced physics

LA-CoNGA physics



Cofinanciado por el
programa Erasmus+
de la Unión Europea

El apoyo de la Comisión Europea para la producción de esta publicación no constituye una aprobación del contenido, el cual refleja únicamente las opiniones de los autores, y la Comisión no se hace responsable del uso que pueda hacerse de la información contenida en la misma.