

# Mecánica Estadística Avanzada (2022):

Modelos discretos en Sistemas Complejos

## Clase 3: Modelos de dinámica social

Mario Cosenza



Latin American alliance for  
Capacity building in Advanced physics

LA-CoNGA physics



Cofinanciado por el  
programa Erasmus+  
de la Unión Europea





# Clase 3: Modelos de dinámica social



## Contenido:

- Sociedad como sistema complejo.
- Sociedad mecánica.
- Sociedad compleja.
- Sistemas sociales vs. Sistemas físicos.
- Modelos de formación de opinión:
  - Modelo del votante.
  - Modelo con umbral para interacción: modelo de Deffuant.
  - Modelo de opiniones discretas valoradas.

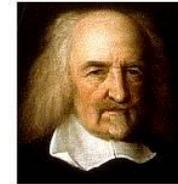


# Sociedad mecánica

Galileo, Newton crearon la Mecánica y la Ciencia Moderna

“As a clock must be disarmed to understand its functioning in terms of gears, it is necessary to understand what human qualities lead to a civil government”. “Man is a wolf to man”

Thomas Hobbes, *Leviathan* (1651).



“Ahora que la mente humana ha comprendido la física celeste y la física terrestre, la física química, la física orgánica, tanto vegetal como animal, queda una Ciencia por completar la serie de ciencias de la observación: la *Física Social*. Esta es la que los hombres más necesitan hoy en día; y ésta es el objetivo del presente trabajo”.

Auguste Comte, *Cours de Philosophie Positive* (1830).

“La especie humana, considerada en masa, pertenece al dominio de leyes físicas y de probabilidades”.

Adolphe Quetelet: *Essai de Mécanique Sociale* (1835).



**Analogía sistemas sociales –Termodinámica:**

Laplace, Maxwell, Boltzmann, Gibbs, Fisher, Majorana.



# Sociedad compleja



There are mechanisms that lead to collective organization from disorderly individual behavior.

**Thomas Schelling**, *Micromotives and Macrobehavior*, 1978.

“These models demonstrate that it is possible to use simple interaction laws to generate higher levels of organization from elementary agents”.

**Robert Axelrod**, *The Complexity of Cooperation*, 1997.



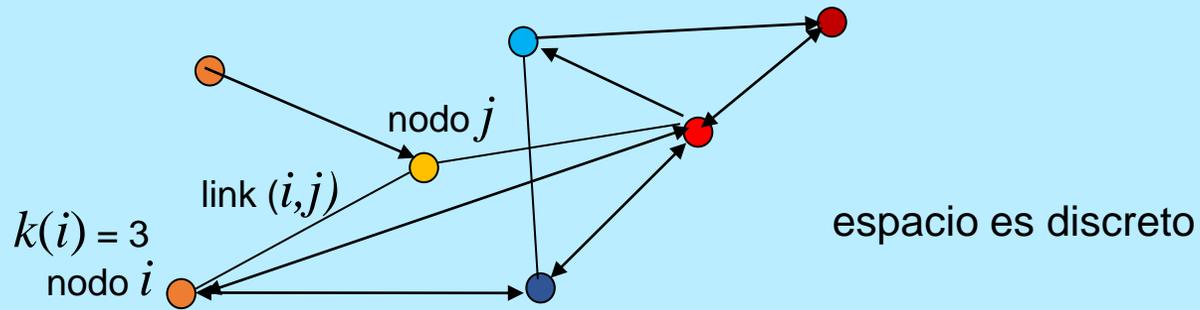
“The arrival of physicists to a new research area often preludes a period of great discoveries. Nothing we love more than breaking into new problems. The social sciences are a great field to look for problems in complex systems”.

**Duncan Watts**, *Six Degrees, The Science of a Connected Age*, 2003.



# Dinámica social, Sociofísica

**Sistema complejo:** elementos dinámicos + red de interacciones



$i = 1, 2, \dots, N$  (tamaño del sistema)

$k(i)$  = número de conexiones de nodo  $i$

$v_i$ : conjunto de vecinos de  $i$

$x_i(t)$  = estado del nodo  $i$  en tiempo  $t$ ,  
depende de dinámica local de  $i$  y vecinos de  $i$

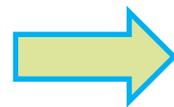
Comportamientos colectivos dependen de: dinámica + conectividad de la red

Muchos sistemas complejos pueden representarse como redes de elementos dinámicos interactuantes



**Física**

Muchos sistemas sociales se pueden describir así.  
Estados: *opinión, voto, recursos, cooperación, etc.*



**Sociofísica**





# Sistemas sociales vs. Sistemas físicos

Fenómenos sociales (algunos) → sistemas complejos → comportamientos emergentes → Física

## Algunos problemas en Sociofísica:

- Competencia y cooperación.
- Formación de opinión y voto.
- Redes sociales.
- Organizaciones.
- Consenso y polarización.
- Propagación de información.
- Multitudes y movilidad.
- Medios masivos y propaganda.

## Conceptos y técnicas:

Física Estadística, Dinámica No Lineal y Caos, Redes Complejas, Simulación.

**Econofísica:** modelos de intercambio económico, distribución de riqueza, finanzas, análisis de series de tiempo, datos...\$\$\$\$

## Existen diferencias entre sistemas sociales y sistemas físicos:

- Experimentos: En sistemas sociales: historia, encuestas. Actualmente: redes sociales, llamadas telefónicas, internet, Google, datos.
- Sentido: “*La vida no es la que uno vivió, sino la que uno recuerda y cómo la recuerda para contarla*”.  
Gabriel García Márquez, *Vivir para contarla* (2002).

**Sociofísica:** colaboración interdisciplinaria con Ciencias Sociales; nuevas áreas (Sociología Computacional).



# Conceptos generales

Statistical Physics of social dynamics. C. Castellano, S. Fortunato, V. Loreto, Rev. Mod. Phys. **81**, 591 (2009)

Sistemas sociales son discretos: agentes = nodos de una red, tiempo discreto, estados (opciones discretas en muchos casos).

**Sistemas de tamaño  $N$  finito.** Sin embargo, aproximación campo medio (límite  $N \rightarrow \infty$ ) puede ser útil soluciones analíticas.

Simplificación de interacciones sociales: principios generales empíricos (no leyes físicas).  
→ relevantes para comportamiento colectivo.

Algunos principios de interacción social:

- Homofilia: tendencia a interactuar con similares (Heterofilia: con diferentes).
- Influencia social: tendencia a imitar o adaptarse al entorno, vecinos.
- Umbral de interacción (*confianza limitada*): interacción ocurre si se cumple alguna condición (no muy diferentes, dentro de un rango). También en sistemas biológicos.

Dinámica de interacción es *generalmente* disipativa (sistema fuera de equilibrio) y puede conducir a:

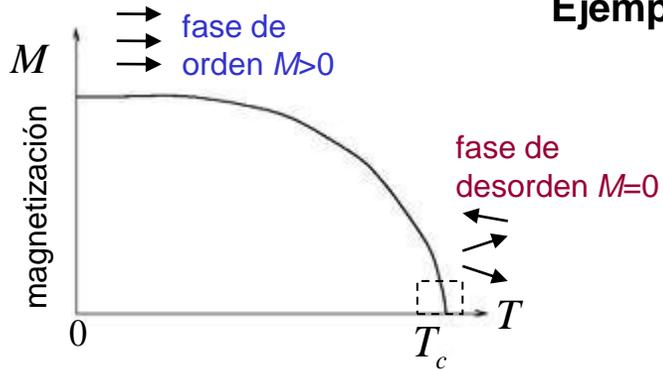
- estado homogéneo (absorbente), todos los elementos comparten los mismos estados (opinión, cultura, lenguaje) → **fase ordenada**.
- estado de diversidad, grupos distintos → **fase desordenada**.

## Pregunta general:

¿Cuáles mecanismos, interacciones, o parámetros controlan las transiciones de fase orden—desorden?  
Consenso, globalización — diversidad, polarización.

# Transiciones de fase, versión breve

**Ejemplo:** Orden colectivo emerge de las interacciones entre dipolos magnéticos al variar temperatura.



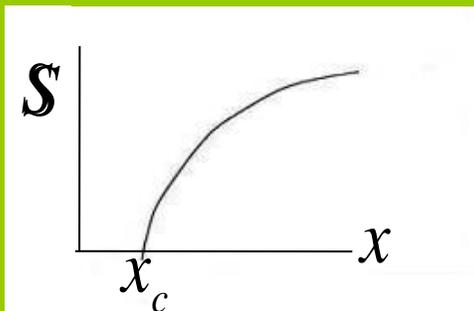
**Punto crítico  $T_c$ :** valor definido de un parámetro de control (temperatura, presión, intensidad de campo externo) que separa dos fases o estados colectivos del sistema.  
**Transición de fase ocurre en  $T = T_c$**

Parámetro estadístico de orden caracteriza las distintas fases:  
**Magnetización  $M$  (suma de dipolos magnéticos en el sistema)**

Forma funcional de  $M$  para  $T \rightarrow T_c$ :  $M \sim (T_c - T)^\beta$        $\beta$ : exponente crítico.

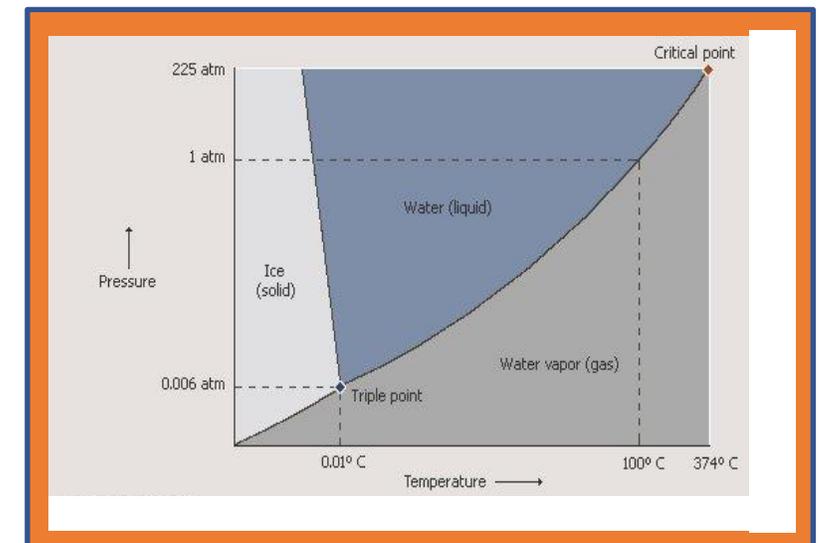
En general, para  $x \rightarrow x_c$ ,  
parámetro de orden  $S$ :

$$S \propto (x - x_c)^\beta$$



**Diagrama de fases en espacio de parámetros**

Agua





# Modelos de formación de opinión: modelo del votante

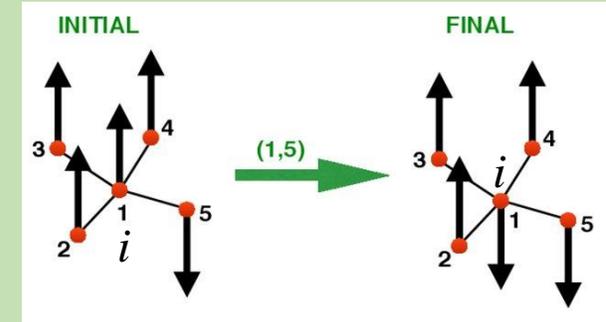
Red uniforme fija:  $N$  nodos,  $k$  vecinos cada nodo. Cada votante (nodo)  $i$  puede tener uno de dos estados de opinión equivalentes:  $s_i = +1$  ( $\uparrow$ ),  $s_i = -1$  ( $\downarrow$ ),

“Magnetización” inicial:  $M = \frac{N_{\uparrow} - N_{\downarrow}}{N}$   $N_{\uparrow}$  y  $N_{\downarrow}$  = número inicial de nodos en estados  $\uparrow$  y  $\downarrow$ , respectivamente.

Evolución de las opiniones se describe por el siguiente algoritmo:

1. Escoger un votante  $i$  al azar con probabilidad uniforme.
2. Votante  $i$  adopta el estado de un vecino seleccionado al azar.
3. Iterar hasta alcanzar estado asintótico de consenso: todos  $\uparrow$  o todos  $\downarrow$

Dinámica disipativa: reduce número de estados en el tiempo.



Probabilidad de transición de nodo  $i$ :  $w_i = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{1}{k} s_i \sum_{j \in \mathcal{V}_i} s_j \right)$

Vecinos todos iguales a  $i \rightarrow w_i = 0.$   
 Vecinos todos opuestos a  $i \rightarrow w_i = 1.$   
 Vecinos mitad y mitad con  $i \rightarrow w_i = 1/2$

$N$  grande: configuración de pares (+ -) decae a (+ +) o (- -) con igual probabilidad  $\rightarrow M$  se conserva.

Parámetro de orden:  $E(M)$  = probabilidad de salida: probabilidad que  $N$  votantes alcancen consenso  $+(\uparrow)$  como función de  $M$ .

$$M_{\infty} = (+1)E(M) + (-1)(1 - E(m)) = M$$

$$E(M) = \frac{M + 1}{2}$$

mayoría inicial tiene mayor probabilidad de ganar.



# Modelo de opiniones con umbral de interacción: modelo de Deffuant

G. Deffuant, D. Neau, F. Amblard, G. Weisbuch, *Advances in. Complex Systems* **3**, 87 (2000).

Red con  $N$  nodos, nodo  $i$  con  $k_i$  vecinos. Estado de nodo o agente  $i$  en tiempo  $t$ :  $s_i(t) \in [0,1]$  (estado continuo de opinión, espectro de opiniones).

Dinámica de las opiniones dada por el algoritmo iterativo:

1. Escoger un agente  $i$  y uno de sus vecinos  $j$  al azar.
2. Si  $|s_i(t) - s_j(t)| < d$ , entonces:

$$s_i(t+1) = s_i(t) + \mu[s_j(t) - s_i(t)]$$

$$s_j(t+1) = s_j(t) + \mu[s_i(t) - s_j(t)]$$

$d$  = umbral para interacción

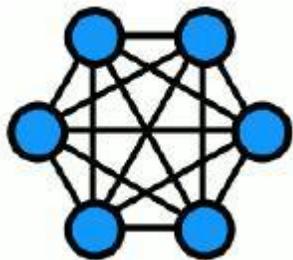
$\mu$  = parámetro  $\in [0,0.5]$

Iterar hasta alcanzar estado asintótico estacionario.

Dinámica disipativa: reduce número de estados en el tiempo.

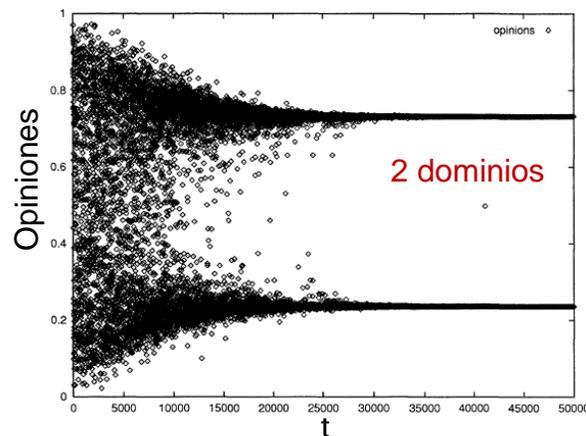
**Ejemplo:** red global

$N=1000$

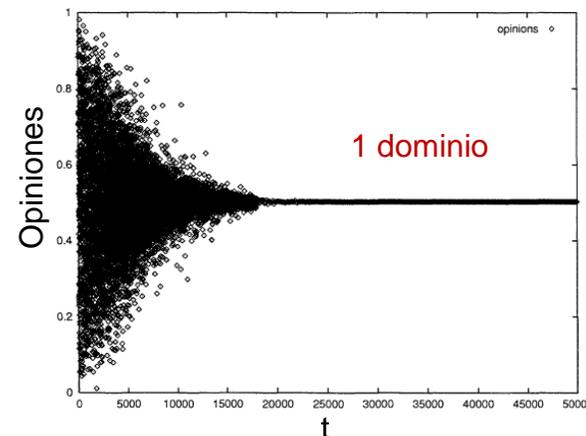


Condiciones iniciales distribuidas aleatoriamente en intervalo  $s_i(0) \in [0,1]$

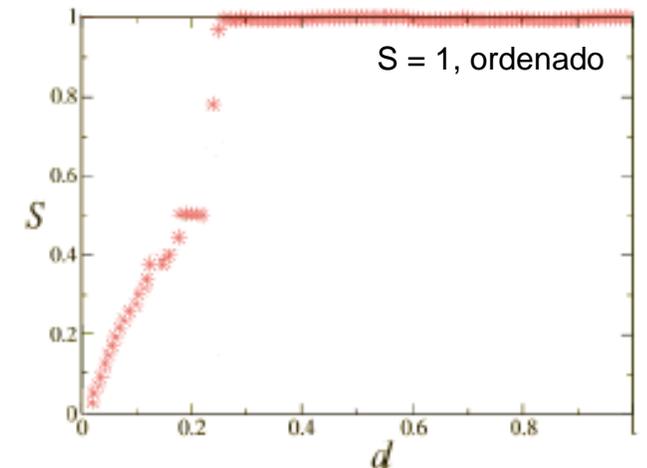
Evolución temporal,  $d=0.2, \mu=0.5$



Evolución temporal,  $d=0.5, \mu=0.5$



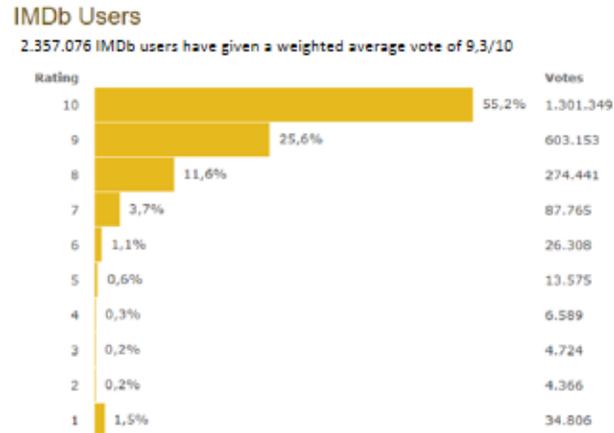
$S$  = tamaño promedio normalizado (dividido por  $N$ ) del dominio más grande,  $\mu=0.5$





# Modelo de opiniones discretas valoradas

R. Likert, Archives of Psychology 22, 1 (1932): escala de valoración o satisfacción de producto o servicio, encuestas.



D. Stauffer, A. Sousa, C. Schulz, JASSS 7, 1 (2004).

Red con  $N$  nodos

$s_i(t) \in \{1, 2, \dots, G\}$  (opiniones discretas en una escala de 1 a  $G$ ).

$d \in \{1, 2, \dots, G\}$  = umbral para interacción.

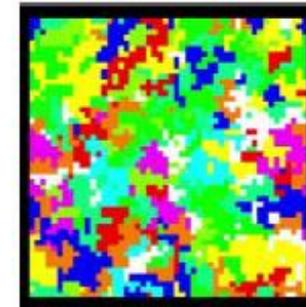
Dinámica de las opiniones dada por el algoritmo:

1. Escoger un agente  $i$  y uno de sus vecinos  $j$  al azar.
2. Si  $|s_i(t) - s_j(t)| < d$ , entonces:  $s_i(t + 1) = s_j(t)$
3. Iterar hasta alcanzar estado asintótico estacionario.

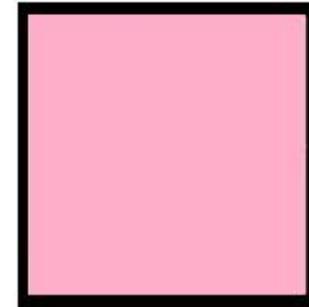
Definir:  $u = d/G$

Visualización en red 2-dimensional

$N = 50 \times 50$ ,  $G=100$ ,  $u=d/G$ ,  $u_c = 0.22$



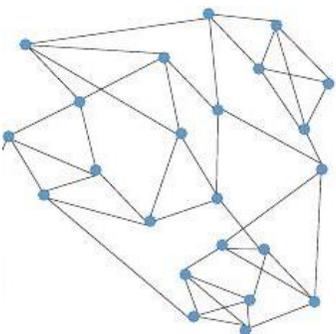
$u < u_c$   
 $S \rightarrow 0$



$u > u_c$   
 $S \rightarrow 1$

## Ejemplo:

Red aleatoria,  $\langle k \rangle = 4$



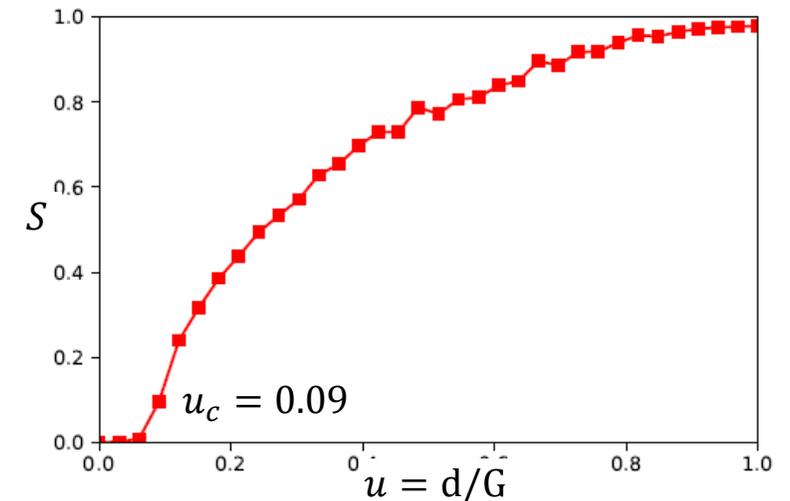
Condiciones iniciales distribuidas aleatoriamente

$S$  = tamaño promedio normalizado del dominio más grande en el sistema en estado estacionario.

$S = 0$ : muchos dominios pequeños

$S = 1$ : un dominio igual al sistema

K.P. Arias, B. Pinilla, M.G Cosenza, Disertaciones 13, 81 (2020).





<http://laconga.redclara.net>



[contacto@laconga.redclara.net](mailto:contacto@laconga.redclara.net)



lacongaphysics



Latin American alliance for  
Capacity buildiNG in Advanced physics

**LA-CoNGA physics**



Cofinanciado por el  
programa Erasmus+  
de la Unión Europea

El apoyo de la Comisión Europea para la producción de esta publicación no constituye una aprobación del contenido, el cual refleja únicamente las opiniones de los autores, y la Comisión no se hace responsable del uso que pueda hacerse de la información contenida en la misma.