

Partículas cargadas en la materia

Módulo de instrumentación

Reina Camacho (CNRS, Francia)
Carlos Sandoval (UNAL, Colombia)



Latin American alliance for
Capacity building in Advanced physics

LA-CoNGA physics



Cofinanciado por el
programa Erasmus+
de la Unión Europea





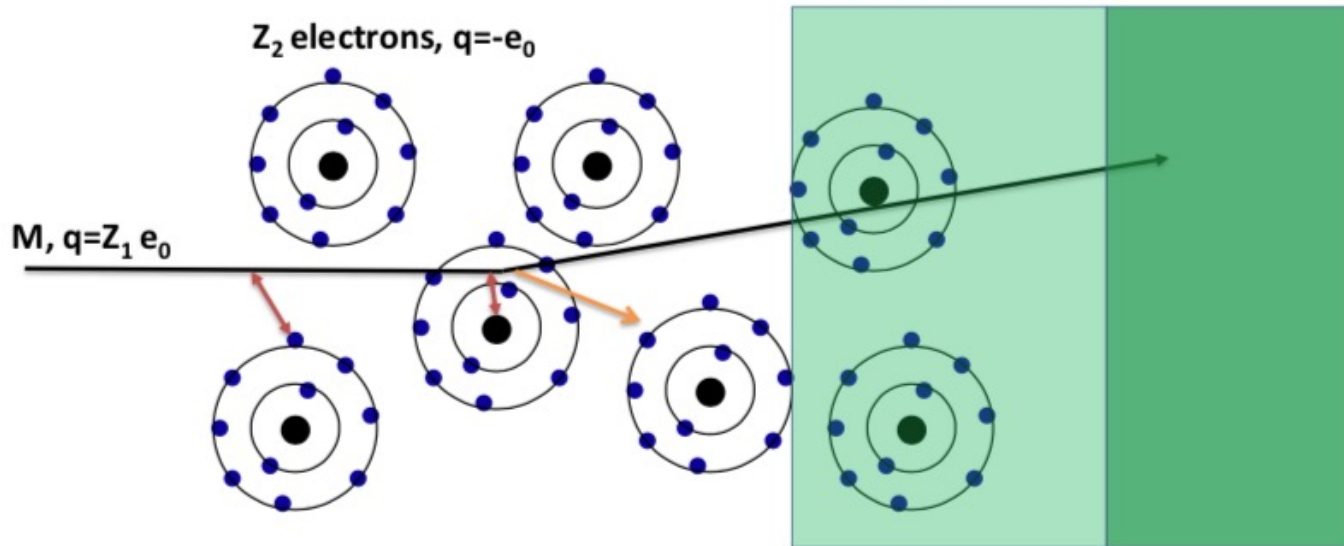
Interacciones de partículas cargadas:

- **Ionización:** colisión inelástica con los electrones de los átomos
- **Bremsstrahlung:** emisión de radiación de fotones por una interacción de carga acelerada
- **Dispersión múltiple:** colisión elástica con el núcleo
- **Efectos Cerenkov y de radiación de transición:** emisión de fotones
- **Interacciones nucleares (p, n, K):** procesos mediados por interacciones fuertes)

Interacciones de partículas neutras:

- Fotones: **efectos fotoeléctricos y Compton, producción de pares $e^+ e^-$**
- Hadrones neutros de alta energía con $\tau > \sim 10^{-10}$ s (n, K^0 , ..) : **interacciones nucleares**
- Neutrones de energía moderada/baja: **dispersión** (moderación), **absorción, fisión**
- Neutrinos: procesos mediados por **interacciones débiles**

Tras la interacción, las partículas pierden su energía y/o cambian de dirección o "desaparecen"

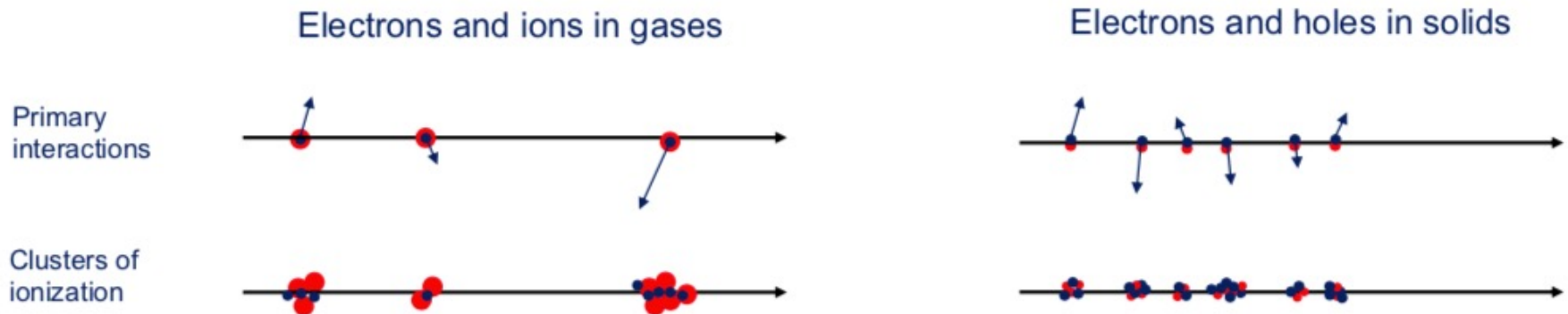


- La partícula incidente pierde energía y los átomos del medio son ionizados o excitados
- Si los átomos son excitados: detección de fotones cuando los átomos regresen a su estado base
- Si los átomos son ionizados: detección de electrones liberados por los átomos
- Pérdidas de energía: multiple dispersion de Coulomb / Bremsstrahlung



IONIZACIÓN Y EXCITACIÓN

- Las partículas cargadas dejan un rastro de átomos ionizados o excitados
- Se mide el rastro de grupos de ionización a lo largo de la trayectoria de la partícula
- La des-excitación de los átomos y el movimiento de los electrones/huecos/iones en un campo eléctrico es la base de las señales en los detectores de partículas





CHARGED PARTICLES

- Interacción dominada por colisiones elásticas con los electrones en el medio
- La energía máxima que se puede transferir al electron es:

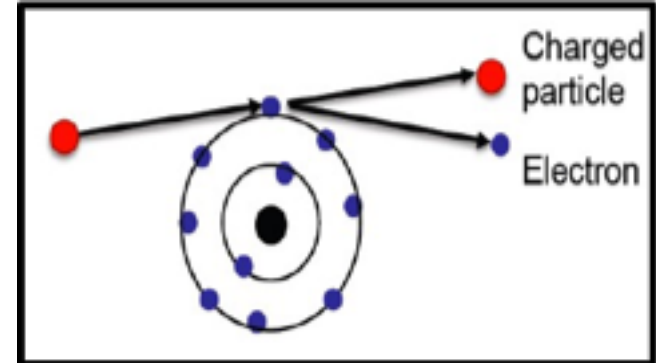
$$E_{\text{kin}}^{\text{max}} = \frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2}{1 + 2\gamma m_e/m_0 + (m_e/m_0)^2} = \frac{2m_e p^2}{m_0^2 + m_e^2 + 2m_e E/c^2}$$

- En el límite $m_e \ll m_0$:

$$E_{\text{kin}}^{\text{max}} \approx 2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2$$

- En el límite relativista:

$$E^{\text{max}} \approx \frac{E^2}{E + m_0^2 c^2 / 2m_e}$$



- En el regimen ultra-relativista toda la energía puede transferirse al electrón

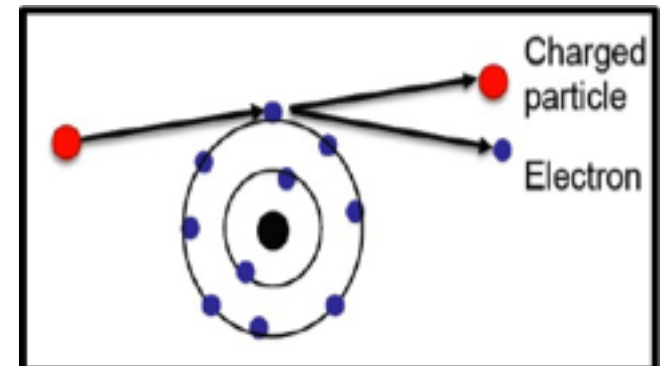


IONIZACIÓN Y EXCITACIÓN

- Interacción dominada por colisiones elásticas con los electrones en el medio
- La trayectoria de las partículas incidentes no cambia significativamente
- Energía perdida W se transfiere a los electrones en el medio
- Partículas de carga ze se dispersan en electrones casi-libres. Sección eficaz diferencial de Rutherford:

$$\frac{d\sigma_R(W; \beta)}{dW} = \frac{2\pi r_e^2 m_e c^2 z^2 (1 - \beta^2 W/W_{\max})}{\beta^2 W^2}$$

donde $v = \beta c$ y W_{\max} es la máxima energía transferida en una colisión





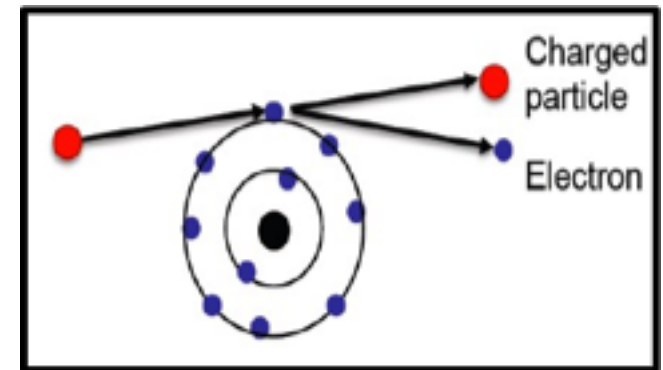
IONIZACIÓN Y EXCITACIÓN

- Interacción dominada por colisiones elásticas con los electrones en el medio
- La trayectoria de las partículas incidentes no cambia significativamente
- Energía perdida W se transfiere a los electrones en el medio
- Partículas de carga ze se dispersan en electrones casi-libres.
Sección eficaz diferencial de Rutherford:

$$\frac{d\sigma_R(W; \beta)}{dW} = \frac{2\pi r_e^2 m_e c^2 z^2}{\beta^2} \frac{(1 - \beta^2 W/W_{\max})}{W^2}$$

La energía perdida promedio al entrar a un material con $\frac{N_A \rho Z}{A}$ electrones, una distancia dx :

$$-\left\langle \frac{\delta E}{\delta x} \right\rangle = (N_A \rho Z/A) \int_I^{W_{\max}} W \frac{d\sigma_R(W; \beta)}{dW} dW$$

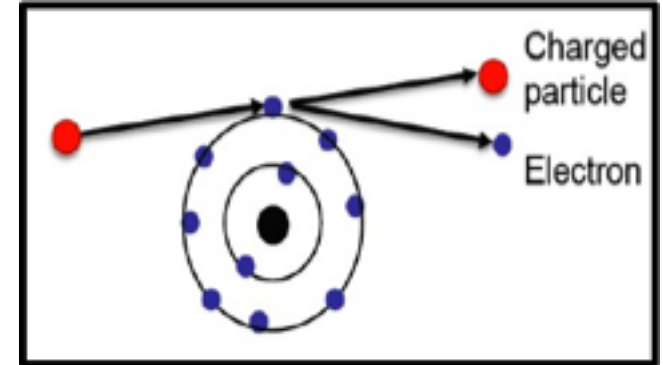




IONIZACIÓN Y EXCITACIÓN

- Interacción dominada por colisiones elásticas con los electrones en el medio
- La trayectoria de las partículas incidentes no cambia significativamente
- Energía perdida W se transfiere a los electrones en el medio
- Partículas de carga ze se dispersan en electrones casi-libres. Sección eficaz diferencial de Rutherford.

- La tasa de energía promedio perdida por partículas cargadas relativistas está descrita por la ecuación de **Bethe-Bloch**:



$$-\frac{dE}{dx} = 2\pi N_A \rho \frac{Z}{A} \frac{\alpha^2 (\hbar c)^2}{m_e c^2} \frac{z^2}{\beta^2} \left[\ln \frac{2 m_e c^2 \gamma^2 \beta^2 W_{\max}}{I^2} - \beta^2 - \delta(\beta) - 2 \frac{C(I, \beta)}{Z} \right]$$



- Ecuación de **Bethe-Bloch equation**

$$-\frac{dE}{dx} = 2\pi N_A \rho \frac{Z}{A} \frac{\alpha^2 (\hbar c)^2}{m_e c^2} \frac{z^2}{\beta^2} \left[\ln \frac{2 m_e c^2 \gamma^2 \beta^2 W_{\max}}{I^2} - \beta^2 - \delta(\beta) - 2 \frac{C(I, \beta)}{Z} \right]$$

- Describe la tasa de energía perdida en la región $0.1 < \beta\gamma < 1000$
- I es la energía de excitación media (característica del material)
- δ es el efecto de densidad de saturación del medio
- La pérdida de energía depende de la velocidad de la partícula y es independiente de su masa
- En el límite inferior, la velocidad del proyectil se hace comparable con las velocidades de los electrones atómicos (Shell correction)
- En el límite superior las correcciones radiativas son importantes y dominan



BETHE-BLOCH EQUATION

- Stopping power: $-\frac{1}{\rho} \left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle$ en $\text{MeVg}^{-1}\text{cm}^2$

La pérdida de energía por colisiones es proporcional a la densidad $(Z N_A \frac{\rho}{A})$

- Dado que Z/A es bastante uniforme entre diferentes materiales, la pérdida de energía por unidad de densidad de área no depende tanto del medio
- Para un medio determinado, la pérdida de energía solo depende de la velocidad de la partícula β y de su carga z



BETHE-BLOCH EQUATION

- En el límite $m_e \ll m_0$, e ignorando las correcciones de densidad y de capa:

$$-\frac{dE}{dx} \approx (0.307 \text{ MeV mol}^{-1} \text{ cm}^2) \rho \frac{Z}{A} \frac{z^2}{\beta^2} \left[\ln \frac{2 m_e c^2 \gamma^2 \beta^2}{I} - \beta^2 \right]$$

- La forma funcional muestra un incremento rápido a medida que β se aproxima a 0 por el factor β^{-2}
- Tiene un mínimo global alrededor de $0.94 < \beta < 0.97$, o alrededor de $3 < \gamma < 4$, y luego crece logarítmicamente con γ
- Las partículas en el mínimo y en la parte constante de la curva de dE/dx se caracterizan por una pérdida de energía casi constante: ***minimum ionising particles*** (MIP).



BETHE-BLOCH EQUATION

- Stopping power para energías intermedias: ecuación de Bethe-Bloch

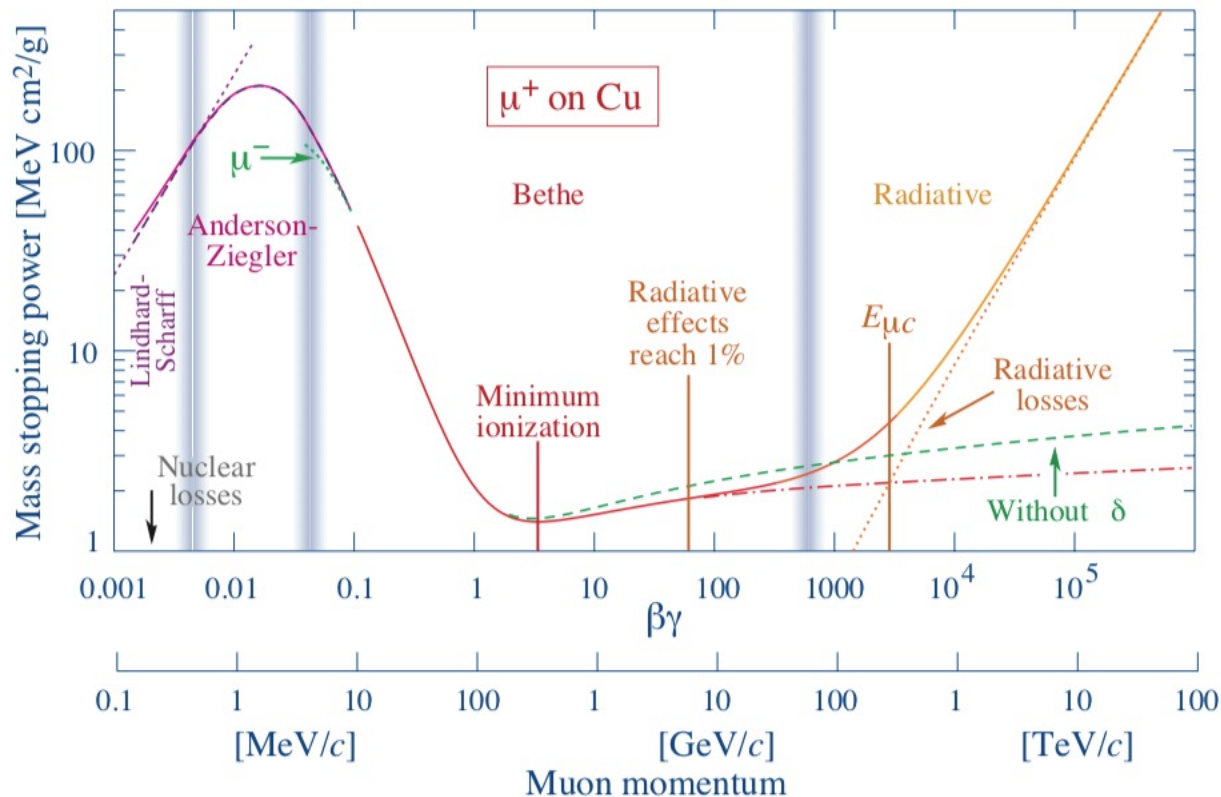
$$-\frac{dE}{dx} \approx (0.307 \text{ MeV mol}^{-1} \text{ cm}^2) \rho \frac{Z}{A} \frac{z^2}{\beta^2} \left[\ln \frac{2 m_e c^2 \gamma^2 \beta^2}{I} - \beta^2 \right]$$

- Describe el promedio de energía perdida en la región entre $0.1 < \beta\gamma < 1000$
- El stopping power depende de la velocidad de la partícula y es independiente de su masa
- En el límite de baja velocidad, la velocidad del proyectil es comparable a las velocidades de los electrones atómicos y la ecuación deja de ser válida
- En el límite de alta velocidad los efectos radiativos son importantes



BETHE-BLOCH

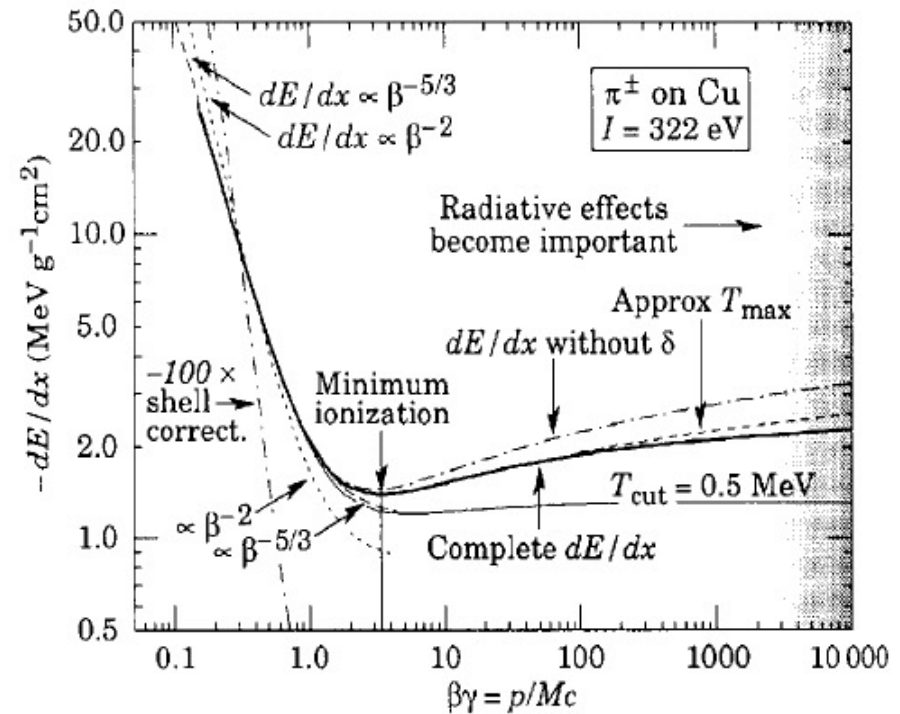
$$-\frac{dE}{dx} = 2\pi N_A \rho \frac{Z}{A} \frac{\alpha^2 (\hbar c)^2}{m_e c^2} \frac{z^2}{\beta^2} \left[\ln \frac{2 m_e c^2 \gamma^2 \beta^2 W_{\max}}{I^2} - \beta^2 - \delta(\beta) - 2 \frac{C(I, \beta)}{Z} \right]$$





$$-\frac{dE}{dx} = 2\pi N_A \rho \frac{Z}{A} \frac{\alpha^2 (\hbar c)^2}{m_e c^2} \frac{z^2}{\beta^2} \left[\ln \frac{2 m_e c^2 \gamma^2 \beta^2 W_{\max}}{I^2} - \beta^2 - \delta(\beta) - 2 \frac{C(I, \beta)}{Z} \right]$$

- Decrece como $\frac{1}{\beta^2}$
- Luego aumenta con $\ln \gamma$ para $\beta \sim 1$
- Independiente de M ($M \gg m_e$)
- Proporcional a z^2 de la partícula incidente
- Muestra un plateau para valores altos de $\beta\gamma$ – density effect

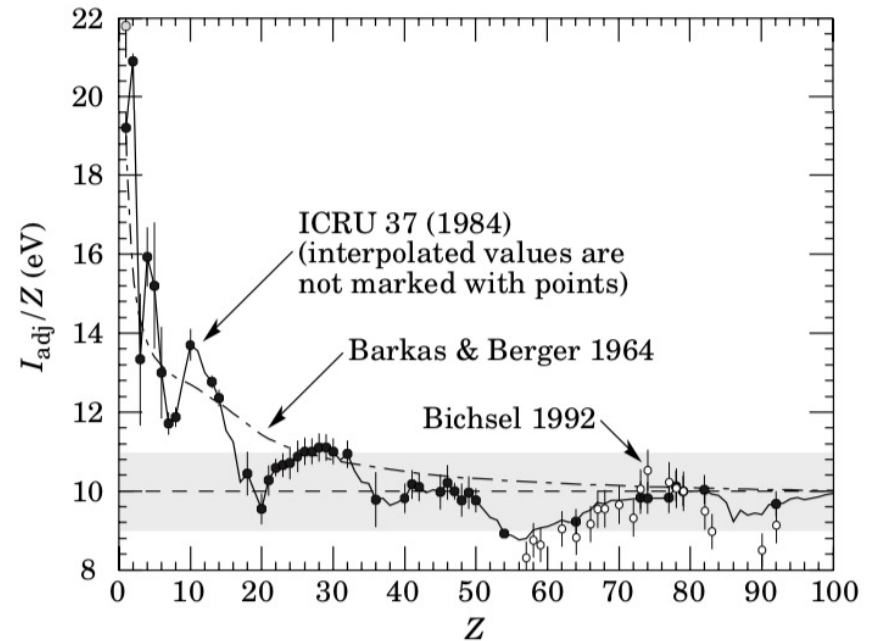




$$-\frac{dE}{dx} = 2\pi N_A \rho \frac{Z}{A} \frac{\alpha^2 (\hbar c)^2}{m_e c^2} \frac{z^2}{\beta^2} \left[\ln \frac{2 m_e c^2 \gamma^2 \beta^2 W_{\max}}{I^2} - \beta^2 - \delta(\beta) - 2 \frac{C(I, \beta)}{Z} \right]$$

- I : potencial de ionización media
- No es trivial su determinación
- Cálculos teóricos complicados y no hechos para muchos elementos
- Estimados basados en medidas experimentales

$$I \approx 16 \cdot Z^{0.9} \text{ eV}$$

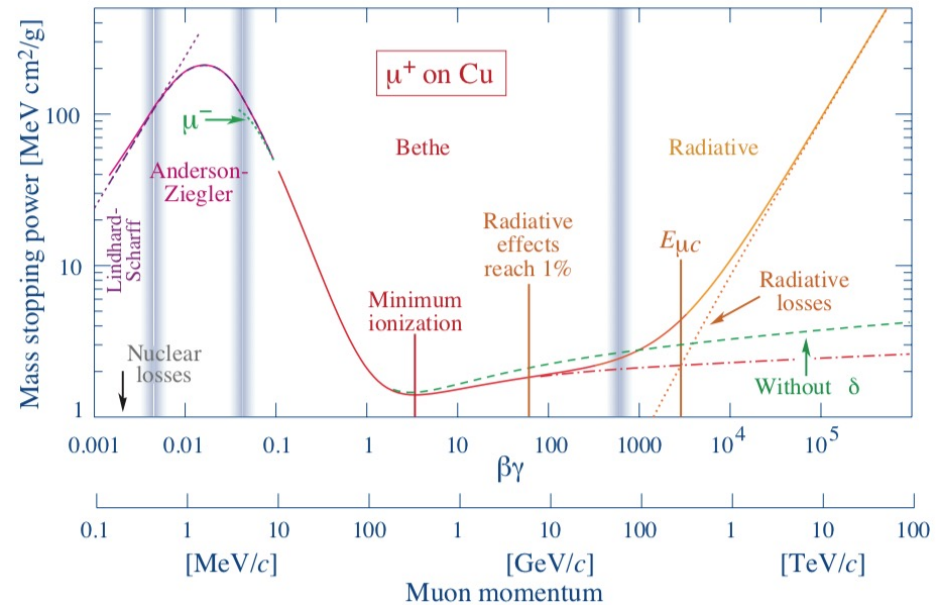




BETHE-BLOCH

$$-\frac{dE}{dx} = 2\pi N_A \rho \frac{Z}{A} \frac{\alpha^2 (\hbar c)^2}{m_e c^2} \frac{z^2}{\beta^2} \left[\ln \frac{2 m_e c^2 \gamma^2 \beta^2 W_{\max}}{I^2} - \beta^2 - \delta(\beta) - 2 \frac{C(I, \beta)}{Z} \right]$$

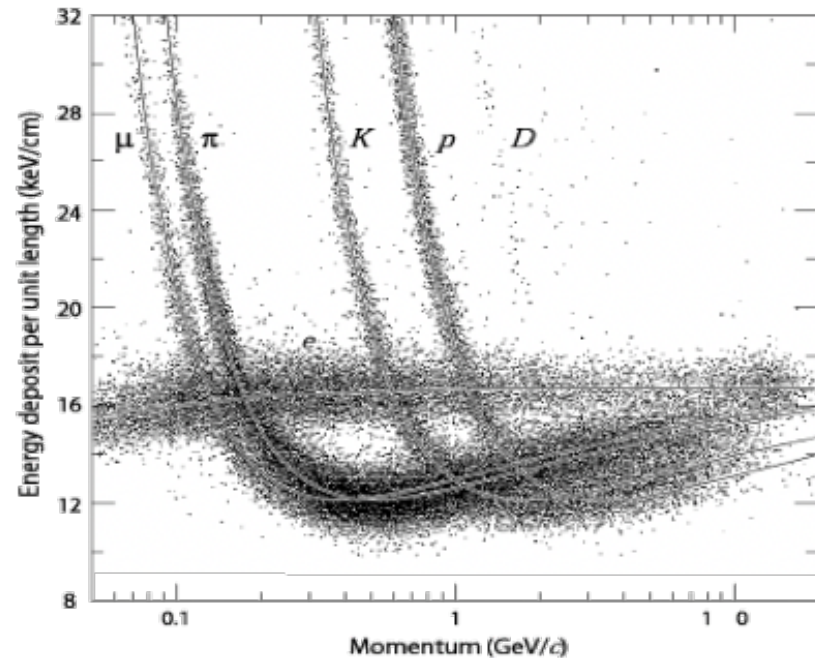
- Shell corrections: factor C/Z
- Da cuenta de la energía de ligadura atómica
- $0.01 < \beta < 0.05$: fit fenomenológico





IDENTIFICACIÓN DE PARTÍCULAS

- La tasa de energía Perdida depende de la velocidad de la partícula y no de su masa M
- Sin embargo, en términos del momento ($p = Mc\beta\gamma$), depende de M
- Al medir el momento (deflexión en un campo magnético) y la tasa de pérdida de energía, podemos medir la masa de la partícula e identificarla



*PEP4/9 Time-Projection-Chamber (TPC)
Gas mixture: Ar-CH4 80:20 Pressure: 8.5 atm

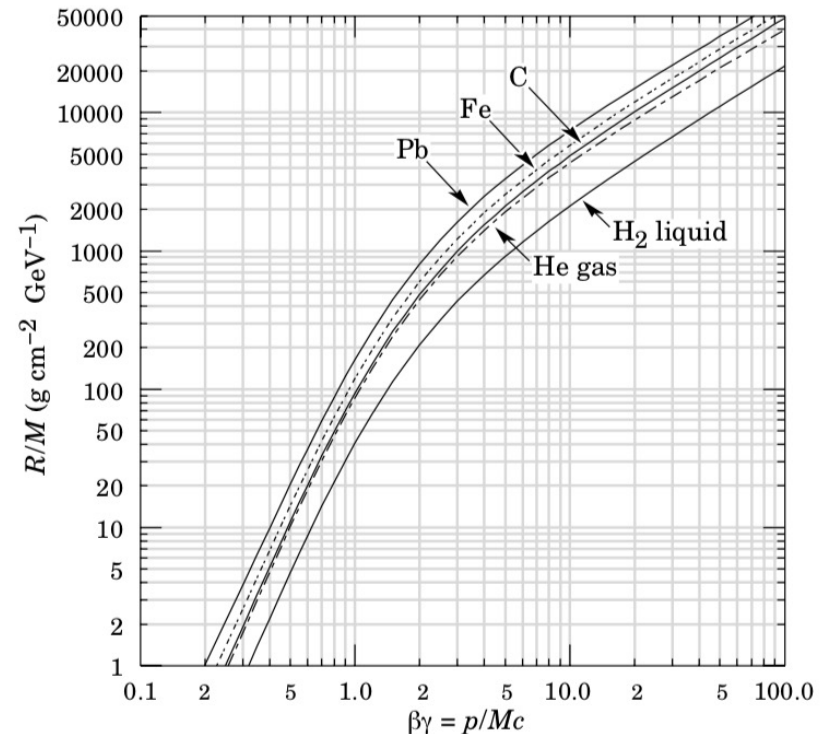


- Una partícula de masa M y energía cinética E_0 entra al material y pierde energía hasta detenerse a una distancia R (rango)

$$R(E_0) = \int_{E_0}^0 \frac{-1}{dE/dx} dE$$

$$R(\beta_0 \gamma_0) = \frac{Mc^2}{\rho} \frac{1}{Z_1^2} \frac{A}{Z} f(\beta_0 \gamma_0)$$

- Para $\beta\gamma > 3$ la pérdida de energía es \sim constante (Fermi Plateau)
- Si la energía de la partícula cae debajo de $\beta\gamma = 3$ la pérdida de energía sube como $\frac{1}{\beta^2}$
- Hacia el final de la trayectoria, la pérdida de energía es máxima (pico de Bragg)
- Con hadrones de baja energía: tratamientos de cancer





- Para partículas α (2.5 MeV – 20 MeV) en el aire:

$$R_{\alpha} = 0.31 (E_{\text{kin}}/\text{MeV})^{3/2} \text{ cm}$$

- Para partículas α en otros materiales:

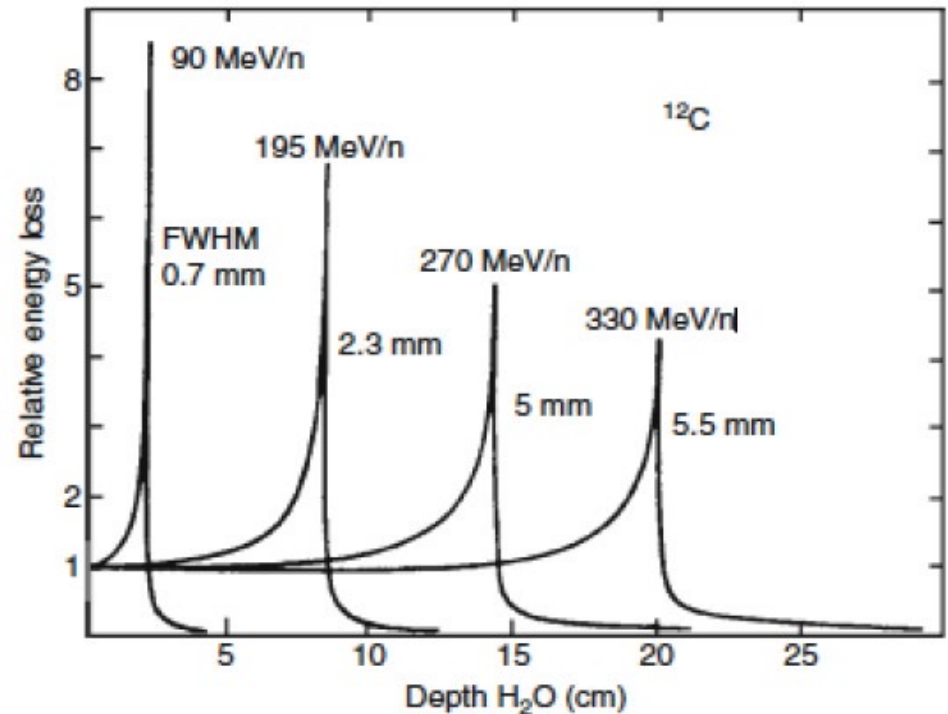
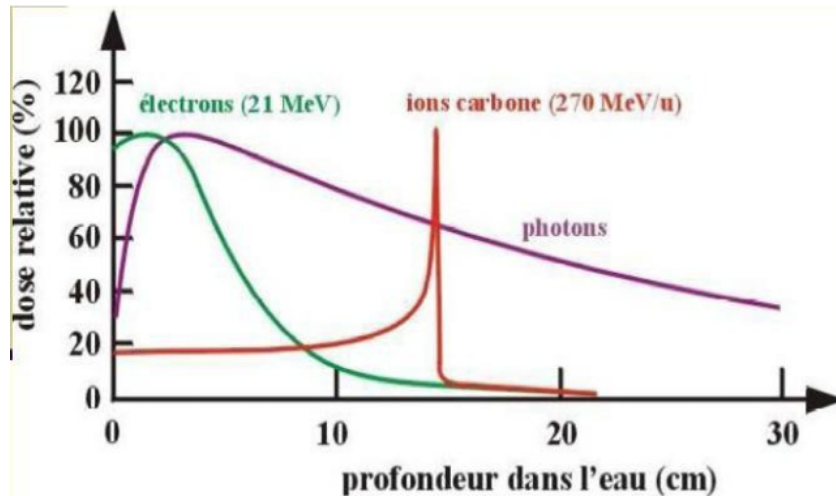
$$R_{\alpha} = 3.2 \cdot 10^{-4} \frac{\sqrt{A/(\text{g/mol})}}{\rho/(\text{g cm}^{-3})} \cdot R_{\text{air}} \{\text{cm}\}$$

- Electrones en aluminio:

$$R_e = 0.526 (E_{\text{kin}}/\text{MeV} - 0.094) \text{ g/cm}^2$$



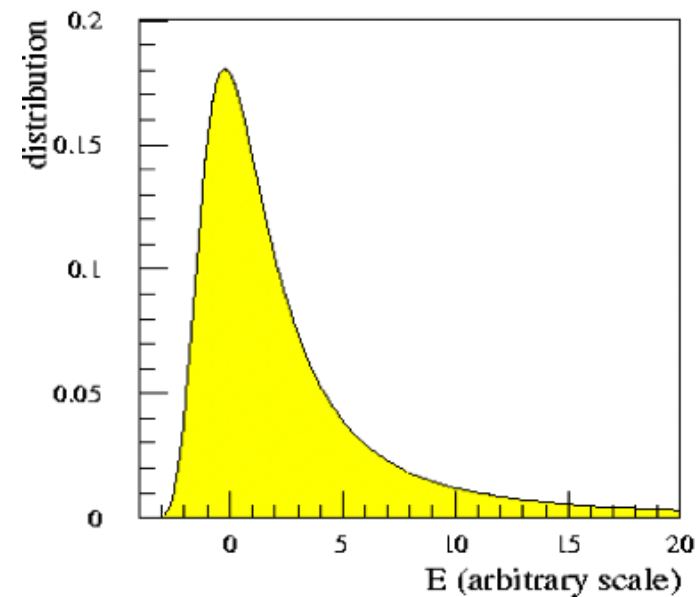
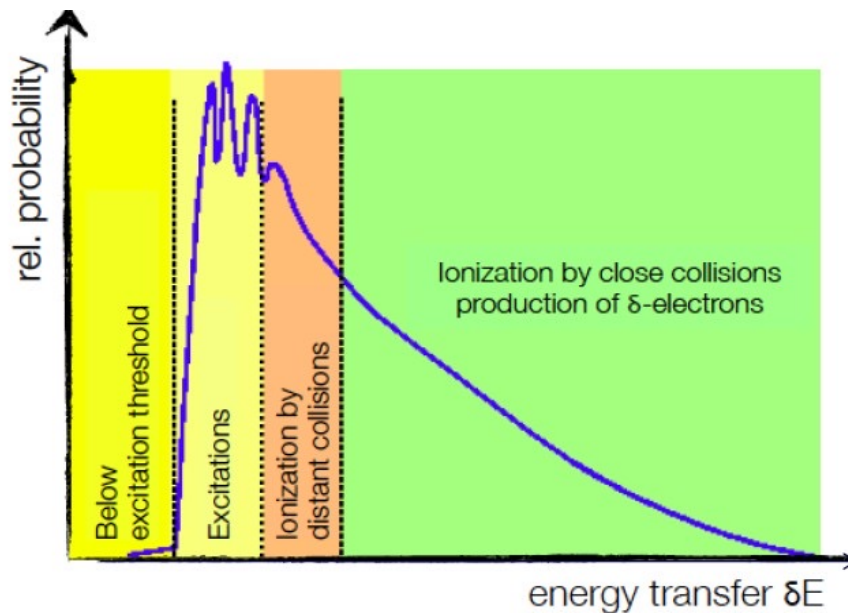
- Hacia el final de la trayectoria, la pérdida de energía es máxima (pico de Bragg)
- Con hadrones de baja energía: tratamientos de cancer





FLUCTUACIONES

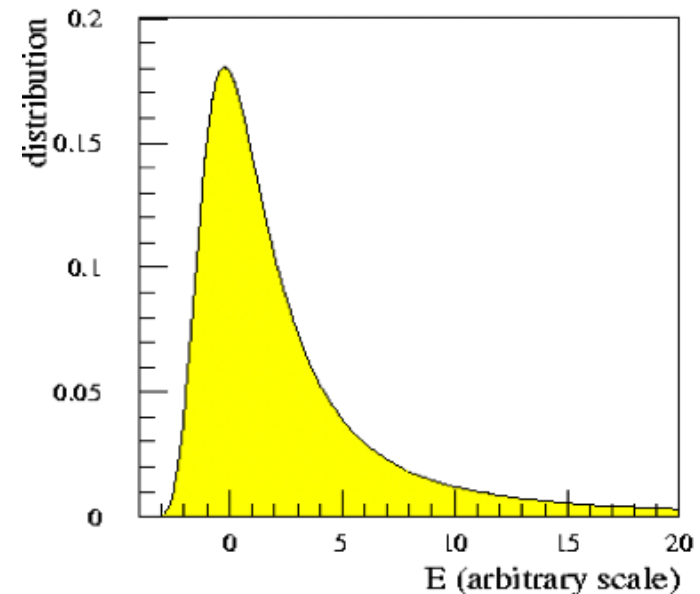
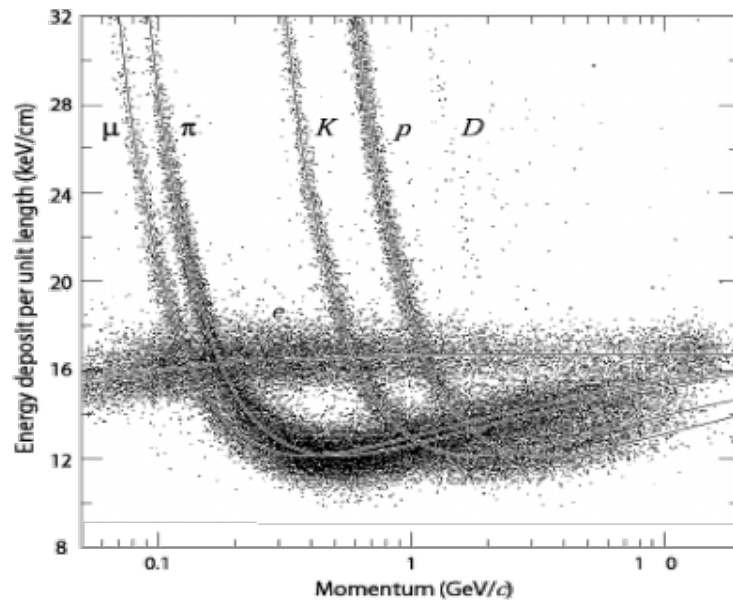
- Bethe-Bloch describe una pérdida de energía promedio
- La naturaleza estadística del proceso de ionización resulta en grandes fluctuaciones en materiales delgados
- La pérdida por ionización se distribuye estadísticamente: distribución de Landau
- Cola: Alta transferencia de energía de algunos electrones





FLUCTUACIONES

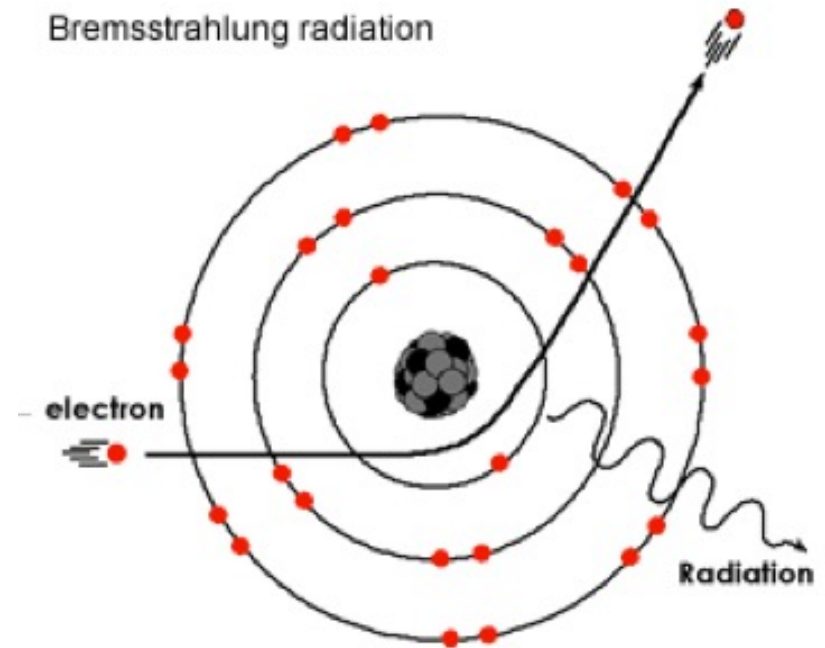
- Bethe-Bloch describe una pérdida de energía promedio
- La naturaleza estadística del proceso de ionización resulta en grandes fluctuaciones en materiales delgados
- La pérdida por ionización se distribuye estadísticamente: distribución de Landau
- Afecta la identificación de partículas





BREMSSTRAHLUNG

- Una partícula de masa M y carga q es deflectada por un núcleo de carga Ze
- En este proceso la carga es 'acelerada' y radia un fotón:
Bremsstrahlung
- Dominado por la corrección de densidad (density effect)
- Energía crítica (E_c): es la energía a la cual la pérdida de energía por ionización es igual a la energía pérdida por Bremsstrahlung





BREMSSTRAHLUNG

Pérdida de energía :

- Proporcional a Z^2/A del material
- Proporcional a z^2 de la partícula incidente
- Proporcional a $\frac{1}{m^2}$ de la partícula incidente
- Proporcional a la energía de la partícula incidente (ecuación diferencial)

$$\frac{dE}{dx} = 4\alpha N_A \frac{z^2 Z^2}{A} \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{mc^2} \right)^2 E \ln \frac{183}{Z^{\frac{1}{3}}}$$

- Para electrones:

$$\frac{dE}{dx} = 4\alpha N_A \frac{Z^2}{A} r_e^2 \cdot E \ln \frac{183}{Z^{\frac{1}{3}}}$$

$$\frac{dE}{dx} = \frac{E}{X_0} \quad \text{with} \quad X_0 = \frac{A}{4\alpha N_A Z^2 r_e^2 \ln \frac{183}{Z^{\frac{1}{3}}}}$$

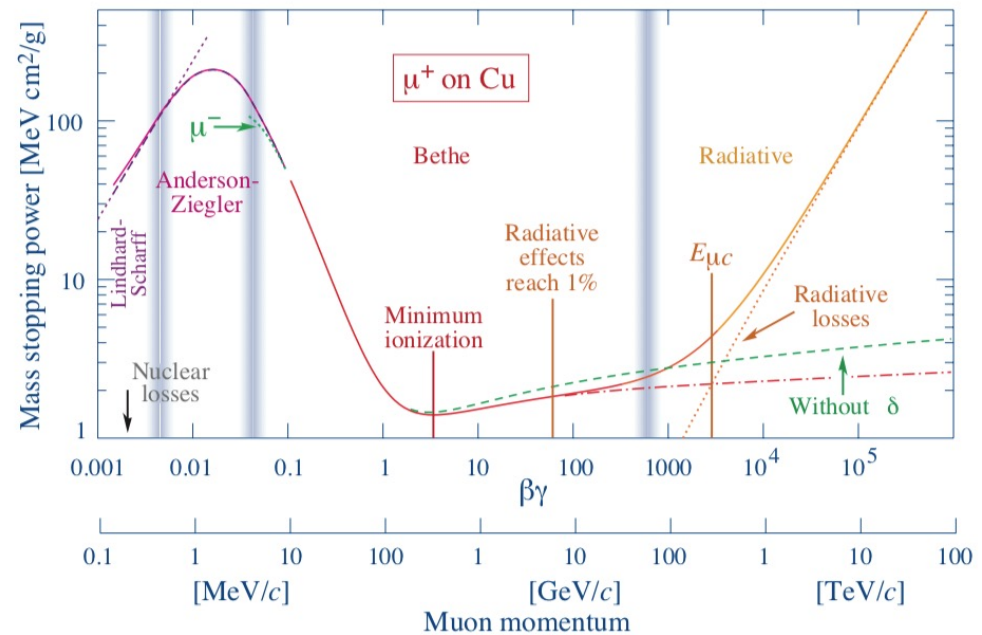
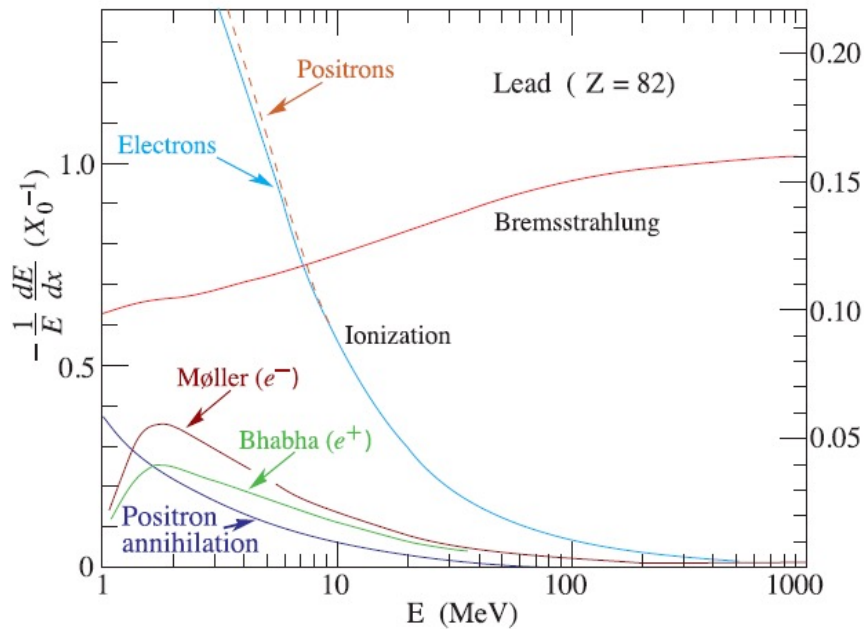
$$E = E_0 e^{-x/X_0}$$

Longitud de radiación (X_0): Distancia a la cual la energía E_0 de la partícula incidente cae a $1/e$ (63%)



BREMSSTRAHLUNG

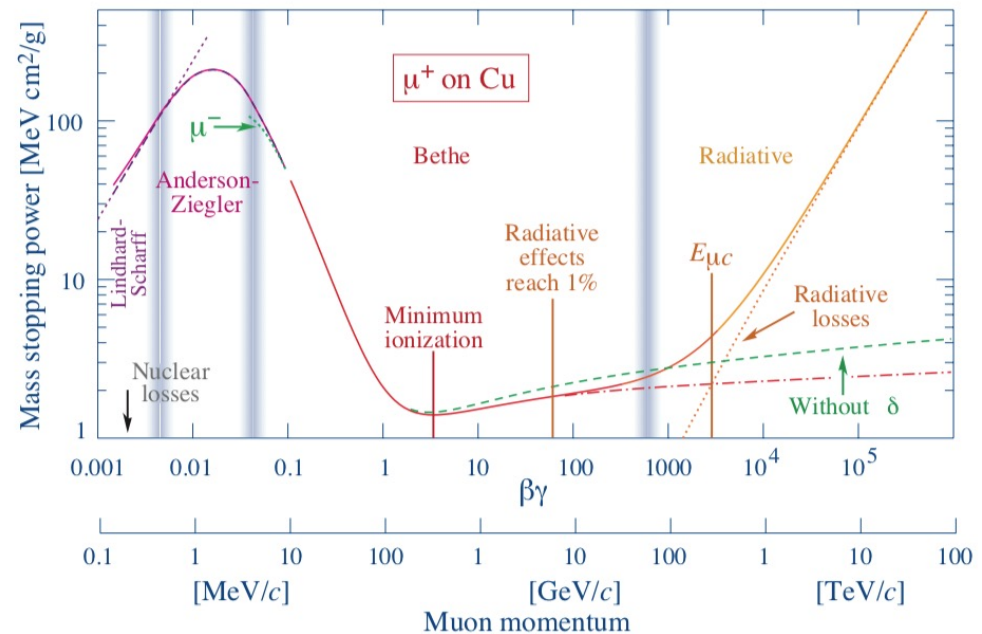
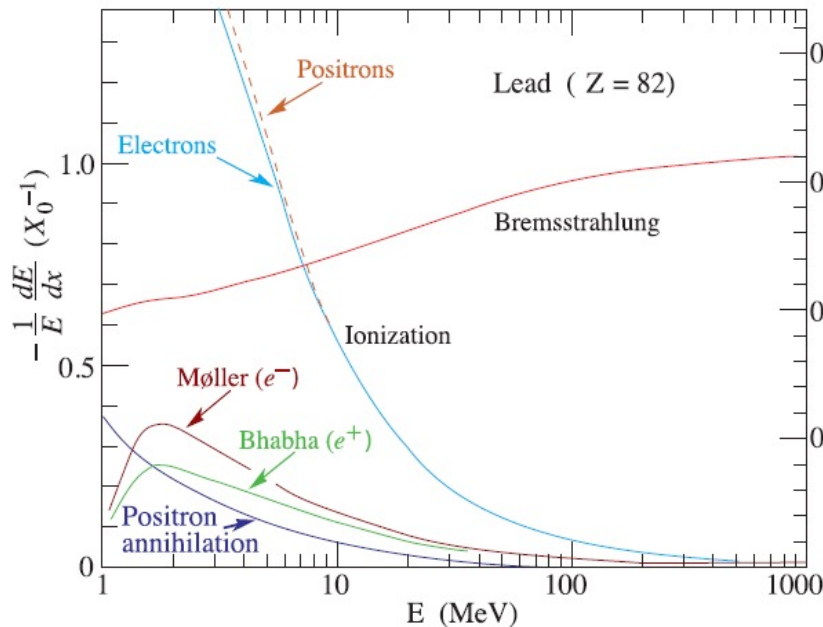
- Energía crítica (E_c): es la energía a la cual la pérdida de energía por ionización es igual a la energía pérdida por Bremsstrahlung
- Para electrones: $E_c = 10 - 30$ MeV
- Para muones: $E_c = 400$ GeV





BREMSSTRAHLUNG

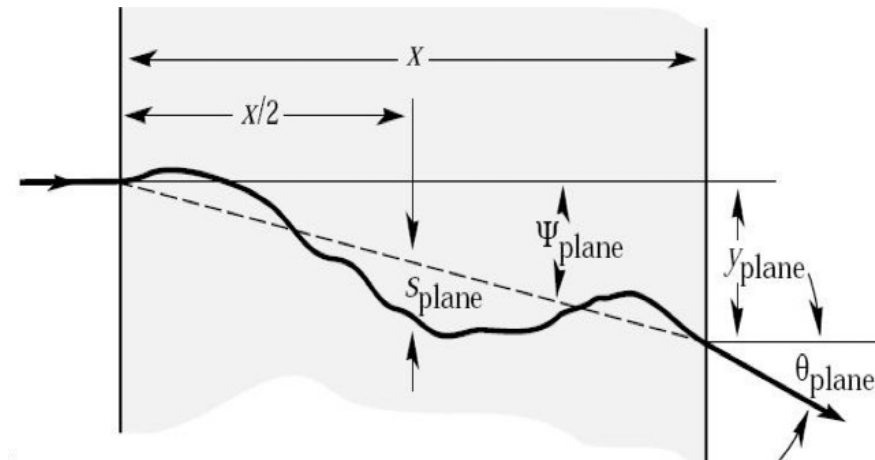
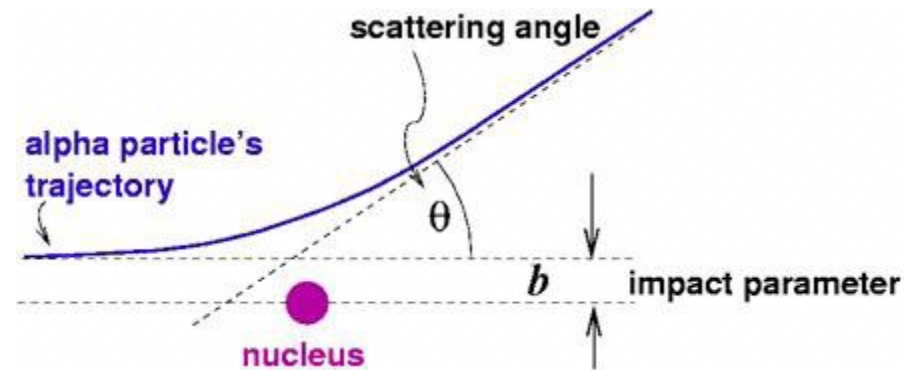
- Energía crítica (E_c): es la energía a la cual la pérdida de energía por ionización es igual a la energía pérdida por Bremsstrahlung
- Para electrones: $E_c = 10 - 30 \text{ MeV}$ - *Bremsstrahlung domina*
- Para muones: $E_c = 400 \text{ GeV}$ - *Ionización domina*





DISPERSIÓN MÚLTIPLE

- Dispersión múltiple en pequeños ángulos (Coulomb)
- Dispersión total tiende a ser Gaussiana
- El ángulo de dispersión es una función del espesor y se hace más pequeño para:
 - Mayor energía
 - Material más delgado
 - Longitud de radiación más corta



$$\theta_0 = \frac{13.6 \text{ MeV}}{\beta c p} z \sqrt{\frac{x}{X_0}} \left[1 + 0.038 \ln\left(\frac{x z^2}{X_0 \beta^2}\right) \right]$$



DISPERSIÓN MÚLTIPLE

- La rms del ángulo medio proyectado:

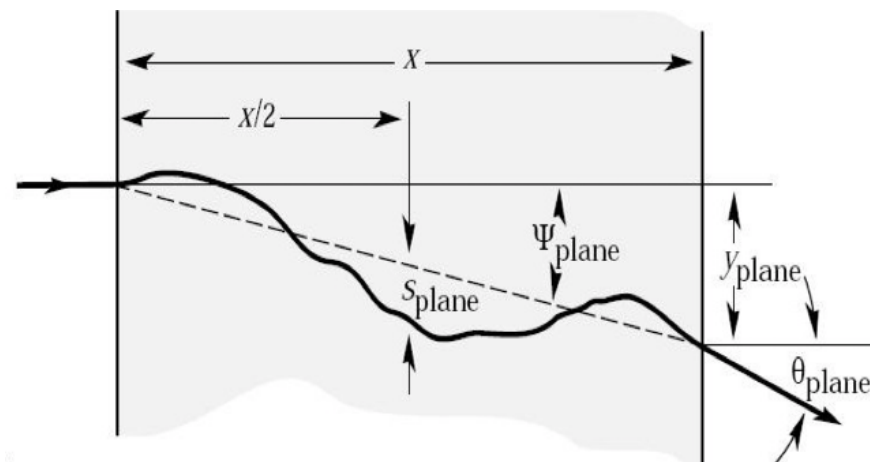
$$\Theta_{\text{rms}}^{\text{proj.}} = \sqrt{\langle \Theta^2 \rangle} = \frac{13.6 \text{ MeV}}{\beta c p} z \sqrt{\frac{x}{X_0}} [1 + 0.038 \ln(x/X_0)]$$

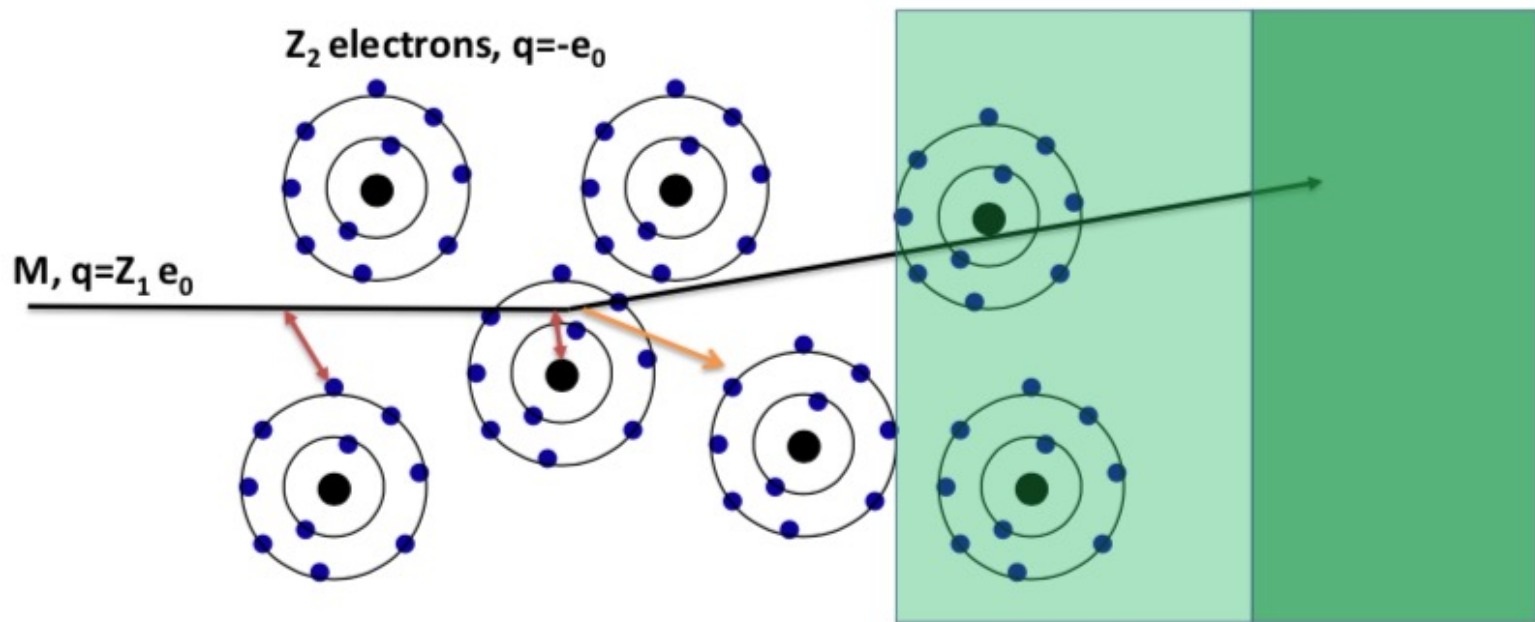
- Puede ser aproximado para partículas con $z = 1$:

$$\Theta_{\text{rms}}^{\text{proj.}} = \sqrt{\langle \Theta^2 \rangle} \approx \frac{13.6 \text{ MeV}}{\beta c p} \sqrt{\frac{x}{X_0}}$$

- Y para el ángulo no-proyectado:

$$\Theta_{\text{rms}}^{\text{space}} \approx \frac{19.2 \text{ MeV}}{\beta c p} \sqrt{\frac{x}{X_0}}$$





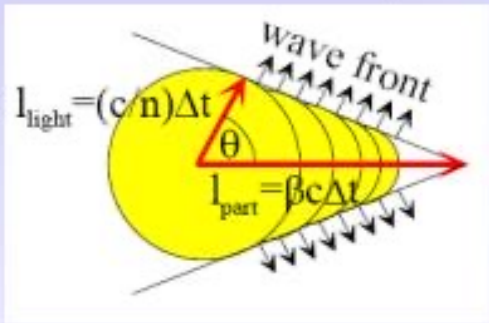
- Cherenkov radiation: cuando la velocidad de la partícula es mayor que la velocidad de la luz en ese medio. Se usa para detección de partículas
- Transition radiation: cuando una partícula cruza entre dos medios, se puede producir un fotón de rayos-X



CHERENKOV RADIATION

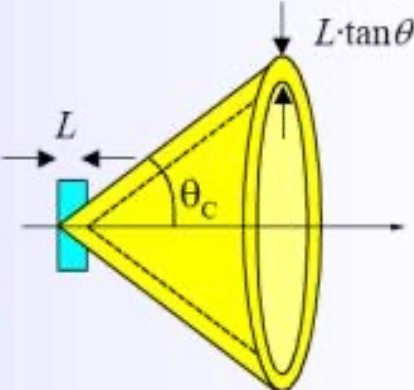
- Si la velocidad de la partícula es mayor que la velocidad de la luz en ese medio: se emite un pulso de luz a un ángulo θ_C

with velocity $\beta \geq \beta_{thr} = \frac{1}{n}$ n : refractive index



$$\cos \theta_C = \frac{1}{n\beta}$$

with $n = n(\lambda) \geq 1$



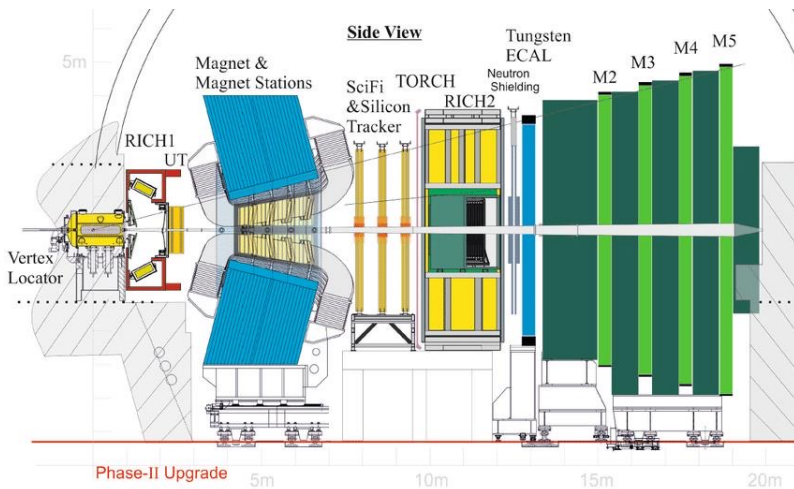
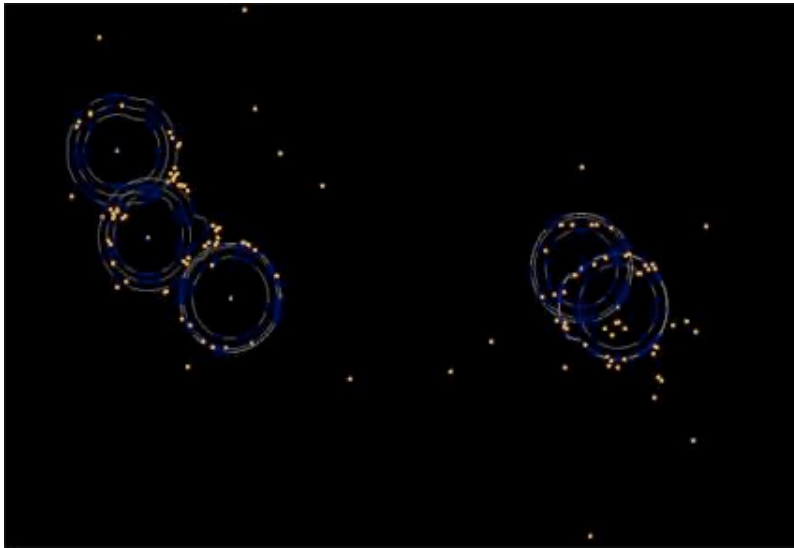
$\beta_{thr} = \frac{1}{n} \rightarrow \theta_C \approx 0$ Cherenkov threshold

$\theta_{max} = \arccos \frac{1}{n}$ 'saturated' angle ($\beta=1$)

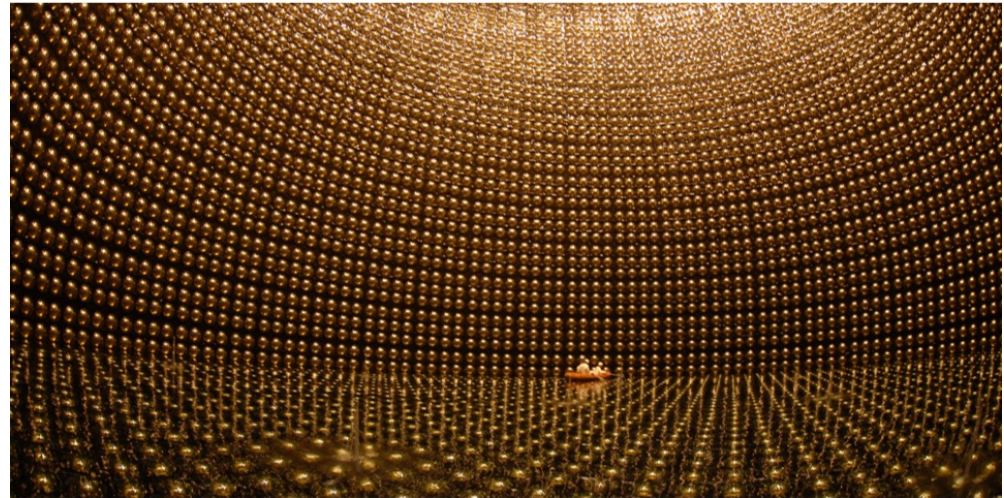
- Midiendo el ángulo se puede conocer la velocidad de la partícula
- En la práctica: un espejo enfoca la luz en anillos (RICH: Ring Imaging Cherenkov Detector)



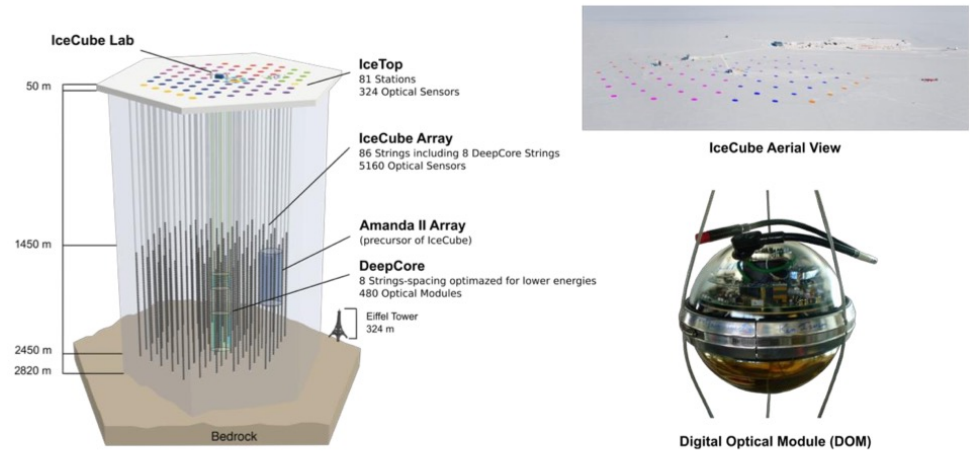
CHERENKOV DETECTORS



■ LHCb



■ Super Kamiokande

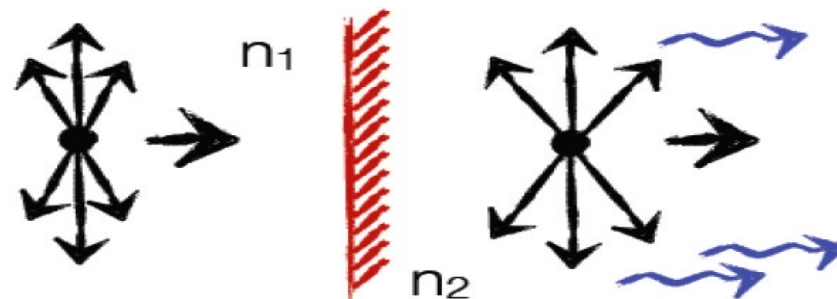


■ IceCube



TRANSITION RADIATION

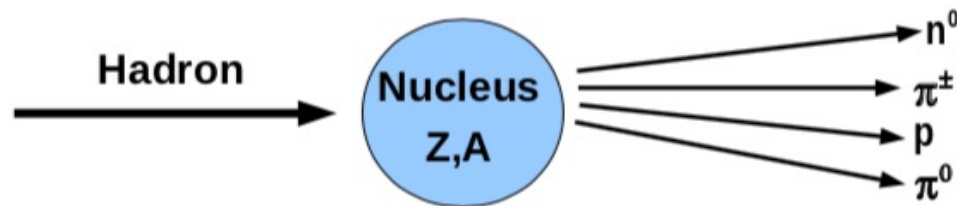
- Cuando una partícula cruza entre dos medios, se puede producir un fotón de rayos-X
- El efecto puede explicarse con el re-arreglo del campo eléctrico mientras se cruza la frontera
- El campo de dipolo dependiente del tiempo causa la emisión de radiación electromagnética
- En la práctica: muchas capas – se detectan varios rayos-x
- Radiación emitida es proporcional al factor relativista γ : identificación de partículas





INTERACCIÓN HADRÓNICA

- La interacción de hadrones de alta energía con la materia involucre interacciones nucleares
- Excitación o rompimiento del núcleo: producción de partículas secundarias y fragmentos
- El número de partículas crece como $\sim \ln(E)$ con momento transverso promedio $\sim 0.35 \text{ GeV}/c$
- Hadronic calorimeters!





INTERACCIÓN HADRÓNICA

- Son primordialmente interacciones inelásticas
- La cantidad que caracteriza este proceso es la longitud de interacción promedio λ_I :

$$\lambda_I = \frac{A}{N_A \cdot \rho \cdot \sigma_{inel}}$$

- Y la absorción de hadrones en la materia se puede describir como:

$$N = N_0 e^{-x/\lambda_I}$$

- La longitud de collision se relaciona con la sección eficaz total:

$$\lambda_T = \frac{A}{N_A \cdot \rho \cdot \sigma_{total}}$$



INTERACCIÓN HADRÓNICA

Material	Z	A	σ_{total} [barn]	σ_{inel} [barn]	$\lambda_T \cdot \rho$ [g/cm ²]	$\lambda_I \cdot \rho$ [g/cm ²]
Hydrogen	1	1.01	0.0387	0.033	43.3	50.8
Helium	2	4.0	0.133	0.102	49.9	65.1
Beryllium	4	9.01	0.268	0.199	55.8	75.2
Carbon	6	12.01	0.331	0.231	60.2	86.3
Nitrogen	7	14.01	0.379	0.265	61.4	87.8
Oxygen	8	16.0	0.420	0.292	63.2	91.0
Aluminium	13	26.98	0.634	0.421	70.6	106.4
Silicon	14	28.09	0.660	0.440	70.6	106.0
Iron	26	55.85	1.120	0.703	82.8	131.9
Copper	29	63.55	1.232	0.782	85.6	134.9
Tungsten	74	183.85	2.767	1.65	110.3	185
Lead	82	207.19	2.960	1.77	116.2	194
Uranium	92	238.03	3.378	1.98	117.0	199



EJERCICIOS

- Cuánto acero (en cm) se necesita para parar un muón de 500 GeV, si el muón deposita su energía únicamente vía ionización? Como sería el mismo caso para electrones o protones?
- Cuál es el espesor mínimo de aluminio (en cm), necesario para detener una partícula α de 3 MeV? Para un electron de 3 MeV?
- Con qué precisión puede ser medido el ángulo dispersado de un muón de 500 GeV después que la partícula atraviesa un metro de hierro?



REFERENCIAS

- Dan Green, The physics of particle detectors. Cambridge University Press
- Claus Grupen and Boris Shwartz, Particle detectors. Cambridge University Press
- Introduction to Nuclear and Particle Physics, A. Das and T. Ferbel (2nd edition, 2003)
- Particle Data Group (PDG): <http://pdg.lbl.gov/>,
Reviews, Tables, Plots. Experimental Methods and Colliders