

# Módulo de Instrumentación 2023

## Sub-módulo de Sistemas Complejos

Clase 19: Introducción a los sistemas complejos.

Clase 20: Explorando sistemas no lineales.

Clase 21: Límites de la predicción.

Clase 22: El péndulo doble (práctica).

Clase 23: El circuito de Chua (práctica).



Latin American alliance for  
Capacity building in Advanced physics

LA-CoNGA physics



Cofinanciado por el  
programa Erasmus+  
de la Unión Europea



Módulo de Instrumentación 2022

# Clase 19: Introducción a los Sistemas Complejos

Mario Cosenza



Latin American alliance for  
Capacity building in Advanced physics

LA-CoNGA physics



Cofinanciado por el  
programa Erasmus+  
de la Unión Europea





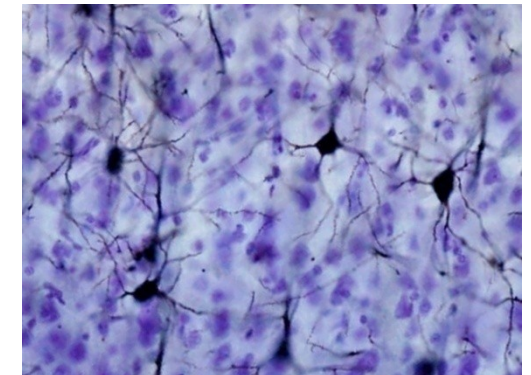
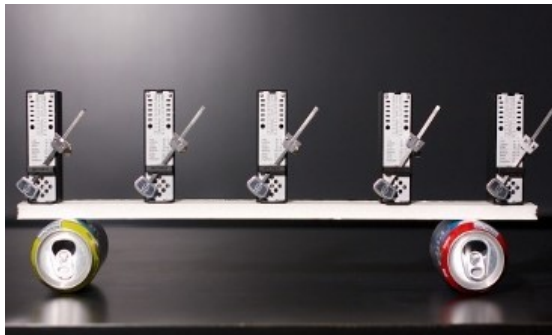
# Sistemas complejos

**(Siglo XXI) Sistema complejo:** conjunto de elementos interactivos cuyo comportamiento colectivo (estructuras, funcionalidad, organización)

no puede ser descrito a partir del comportamiento de los elementos aislados; **emerge** de sus interacciones → **No linealidad.**

**Ejemplos:** osciladores acoplados, colonias de insectos, cardúmenes, bandadas de pájaros, tráfico, sistemas ecológicos, sistemas fisiológicos, clima, economía, sistemas sociales, cerebro. → **Interdisciplinariedad.**

**Comportamientos colectivos comunes:** sincronización (coherencia), formación de patrones espaciotemporales, auto-organización, adaptación, transición orden-desorden, fases, red de conectividad → **Universalidad.**

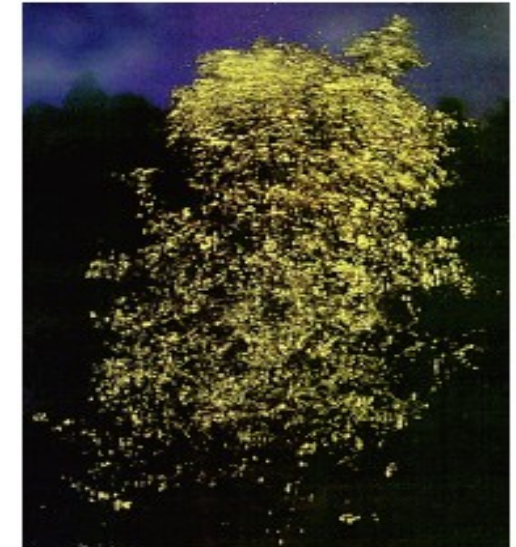
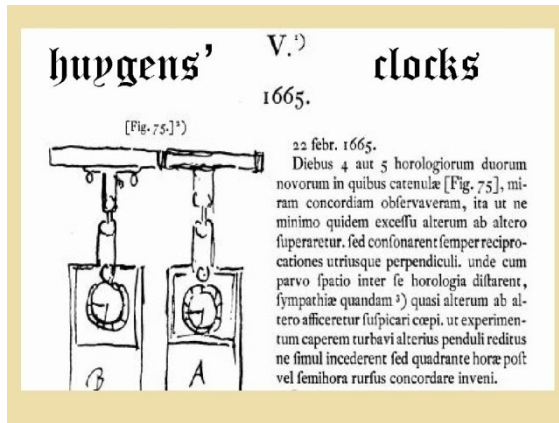




# Sincronización: ejemplo de comportamiento colectivo universal

Sistema de elementos interactivos.  $i = 1, \dots, N$   $x_t(i) =$  estado de elemento  $i$  en tiempo  $t$ .

**Sincronización:**  $x_t(i) = x_t(j), \forall i, j$  sostenido en el tiempo.



# Características de sistemas complejos



“There are mechanisms that lead to collective organization *emerging* from the disordered individual behavior”.

**Thomas Schelling,**  
*Micromotives and Macrobehavior* (1978).

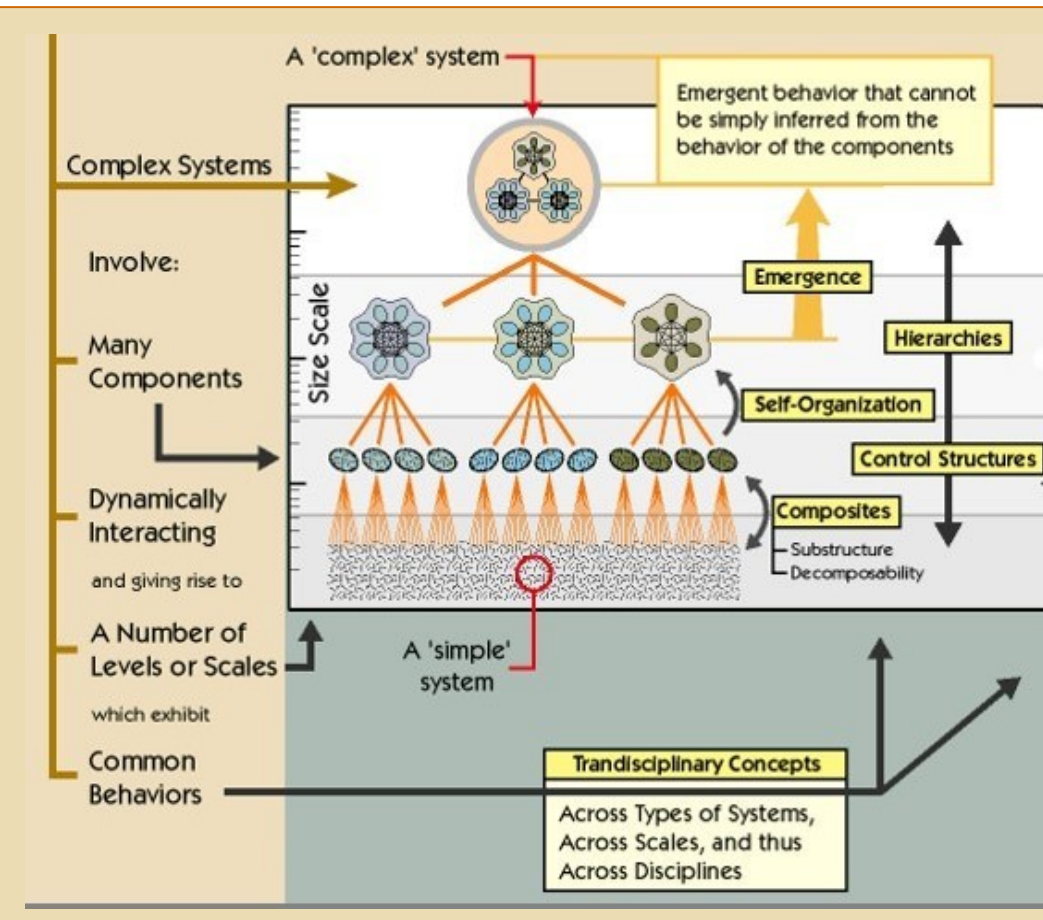


“We call *emergence* God Principle, as particle physicists talk about God Particle.

**Philip Anderson,**  
*More is Different, one more time* (2002).

## Características de los sistemas complejos:

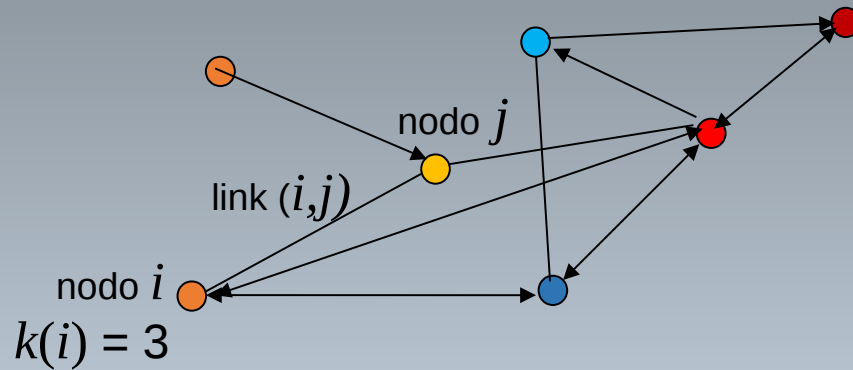
- ☒ Muchos elementos o componentes discretos en interacción.
- ☒ *Interacciones generalizadas*: no limitadas a las 4 fuerzas fundamentales; (intercambio de información, mensajes, tweets, contactos, dinero, recursos, etc)
- ☒ Variables de estado: cualquier propiedad que pueda cambiar (posición, velocidad, forma, color, opinión, riqueza, amistad, etc)
- ☒ No lineales, no superposición, muchos son algorítmicos.
- ☒ Sistemas fuera del equilibrio (generalmente) .
- ☒ Estructuras, comportamiento a escala superior de descripción emerge de interacciones a escalas inferiores.
- ☒ Sistemas de contextos distintos (físicos, químicos, biológicos, sociales) pueden exhibir comportamientos colectivos similares: *universalidad*.
- ☒ Comportamiento complejo no requiere causas complejas (no muchos parámetros, *no complicado*).





# Redes: la estructura de sistemas complejos

**Sistemas complejos:** elementos dinámicos + red de interacciones (conexiones, enlaces, links).



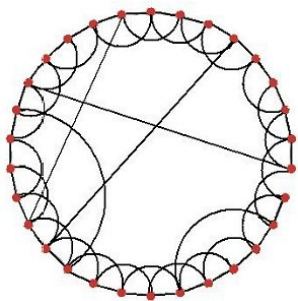
$i = 1, 2, \dots, N$  (tamaño del sistema)

$k(i)$  = número de conexiones de nodo  $i$

$x_i(t)$  = variable de estado de nodo  $i$  en tiempo  $t$   
(estados y/o tiempo pueden ser continuos o discretos)

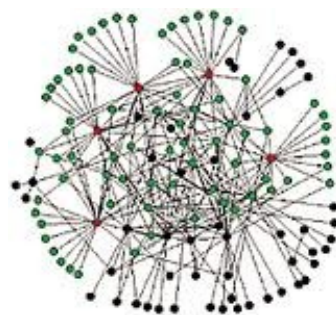
**Redes Complejas:** estructuras características en sistemas de diversos contextos.

Small world



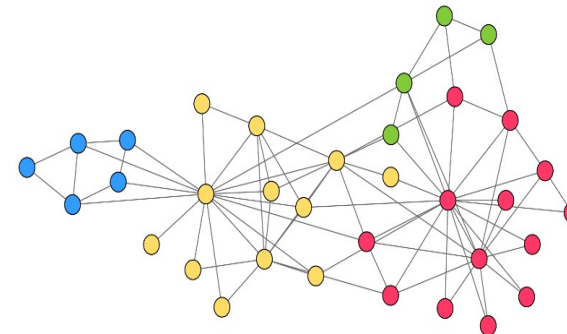
Distancia media entre nodos  
entre ordenada y aleatoria

Scale free



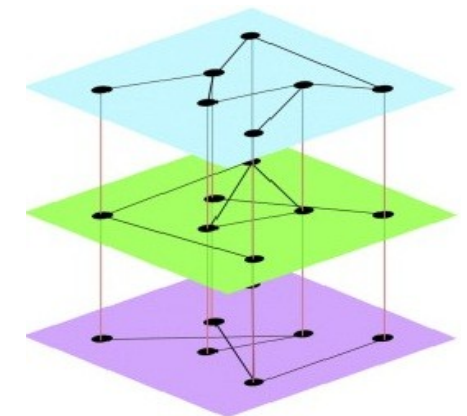
Pocos nodos con muchos links,  
muchos nodos con pocos links

Comunidades



Subgrupos con muchos links internos,  
pocos links entre distintos subgrupos

Multicapas

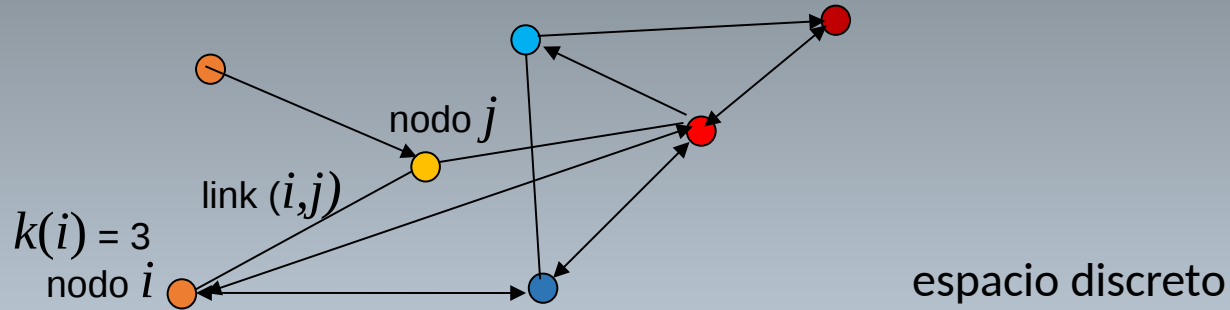


Diferentes redes coexistentes



# Redes dinámicas

Sistema complejo: elementos dinámicos + red de interacciones



$i = 1, 2, \dots, N$  (tamaño del sistema)

$k(i)$  = número de conexiones de nodo  $i$

$\mathcal{V}_i$ : conjunto de vecinos de  $i$

$\mathbf{x}_t(i)$  = variables de estado del nodo  $i$  en tiempo  $t$   
(estados y/o tiempo pueden ser continuos o discretos)

Estados  $\mathbf{x}_t(i)$  continuos, espacio discreto, tiempo continuo  $\rightarrow$  red de ecuaciones diferenciales acopladas:

$$\frac{d\mathbf{x}(i)}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{x}_t(i)) + \varepsilon \sum_{j \in \mathcal{V}_i} \mathbf{g}(\mathbf{x}_t(i), \mathbf{x}_t(j)) \quad \mathbf{x}_t(i) = (x_t^1(i), x_t^2(i), \dots, x_t^m(i)) \in \mathbb{R}^m, \quad t \in \mathbb{R}$$

Estados  $\mathbf{x}_t(i)$  continuos, espacio discreto, tiempo discreto  $\rightarrow$  red de mapas acoplados:

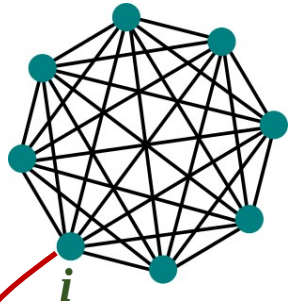
$$\mathbf{x}_{t+1} = \mathbf{f}(\mathbf{x}_t(i)) + \varepsilon \sum_{j \in \mathcal{V}_i} \mathbf{g}(\mathbf{x}_t(i), \mathbf{x}_t(j)) \quad \mathbf{x}_t(i) = (x_t^1(i), x_t^2(i), \dots, x_t^m(i)) \in \mathbb{R}^m, \quad t = 0, 1, 2, \dots$$

Estados  $\mathbf{x}_t(i)$  discretos, espacio discreto, tiempo discreto  $\rightarrow$  autómatas celulares.

$\mathbf{f}(\mathbf{x}_i) \in \mathbb{R}^m$  = dinámica local,  $\mathbf{g}(\mathbf{x}_t(i), \mathbf{x}_t(j))$  = función de acoplamiento de  $i$  con vecino  $j$   $\varepsilon$  = parámetro acoplamiento



# Redes con interacciones globales

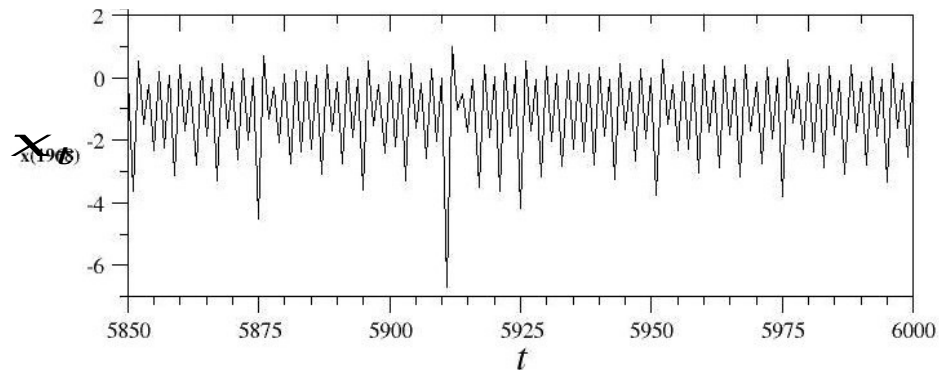


Interacción global:  
información compartida por todos  
los elementos del sistema

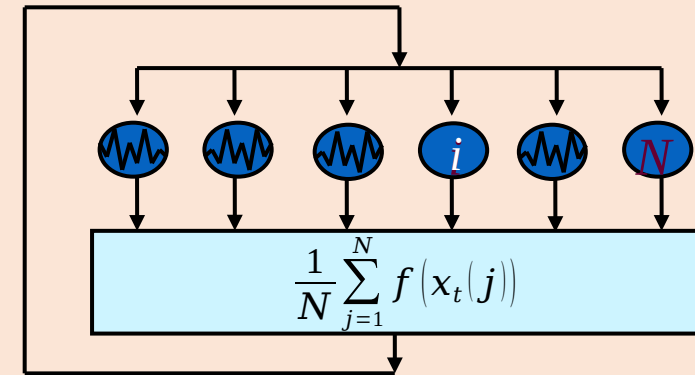
Dinámica local: función iterativa o mapa, tiempo discreto  $t = 0, 1, 2, \dots$

$$x_{t+1}(i) = f(x_t(i)) \quad x_0 \rightarrow x_1 \rightarrow x_2 \rightarrow x_3 \rightarrow \dots x_n = f^{(n)}(x_0)$$

Ej.  $x_{t+1} = f(x_t) = 1.5 - |x_t|^{0.5}$  → dinámica caótica, irregular,  
sensible a condiciones iniciales



Red globalmente acoplada



Red de mapas acoplados:

$$x_{t+1}(i) = (1 - \epsilon) f(x_t(i)) + \frac{\epsilon}{N} \sum_{j=1}^N f(x_t(j))$$

$$i = 1, 2, \dots, N = 10^4$$

$\epsilon$ : parámetro acoplamiento,  $t = 0, 1, 2, \dots$

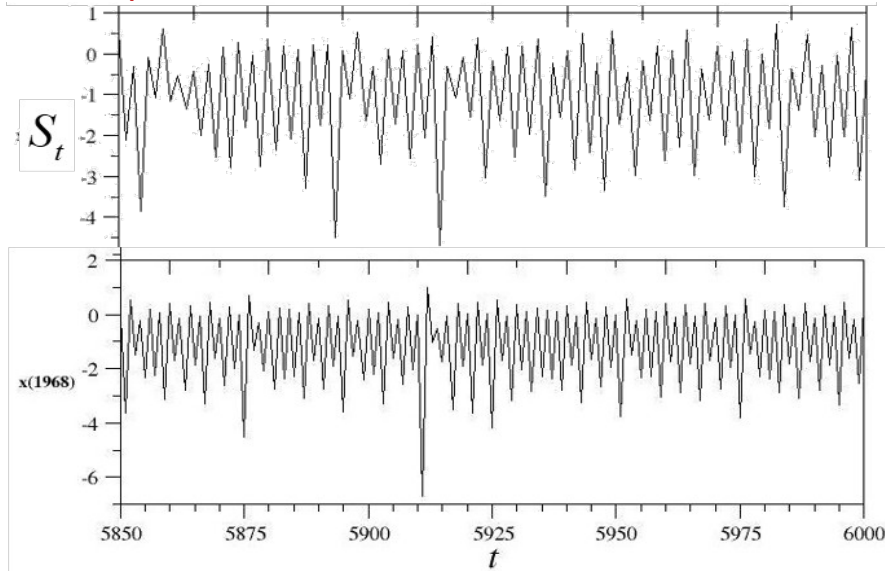
$x_0(i)$  : condiciones iniciales distribuidas aleatoriamente





# Comportamiento colectivo no trivial

Comportamiento incoherente, sistema desincronizado

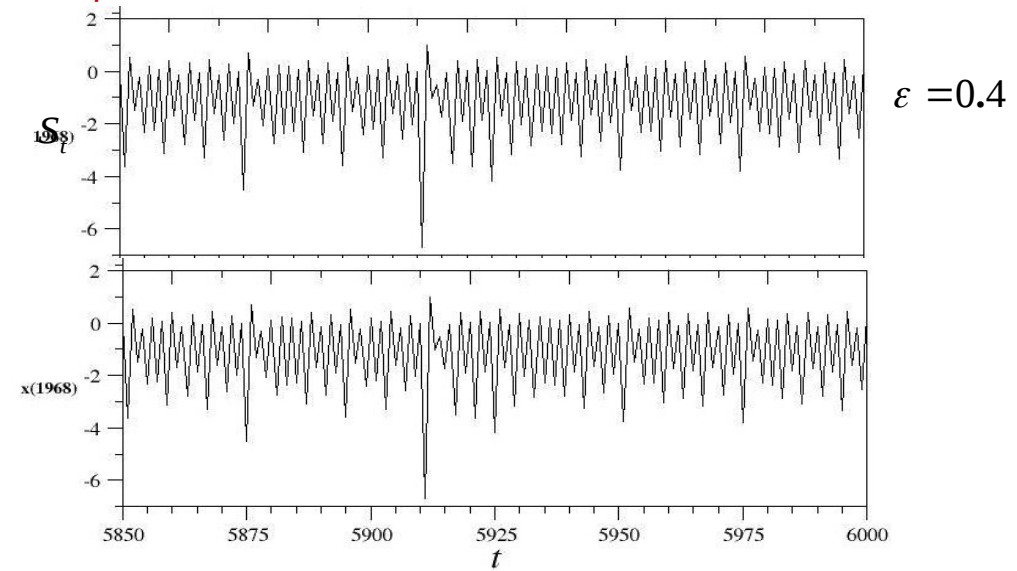


$$S_t = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_t(i)$$

Campo medio del sistema

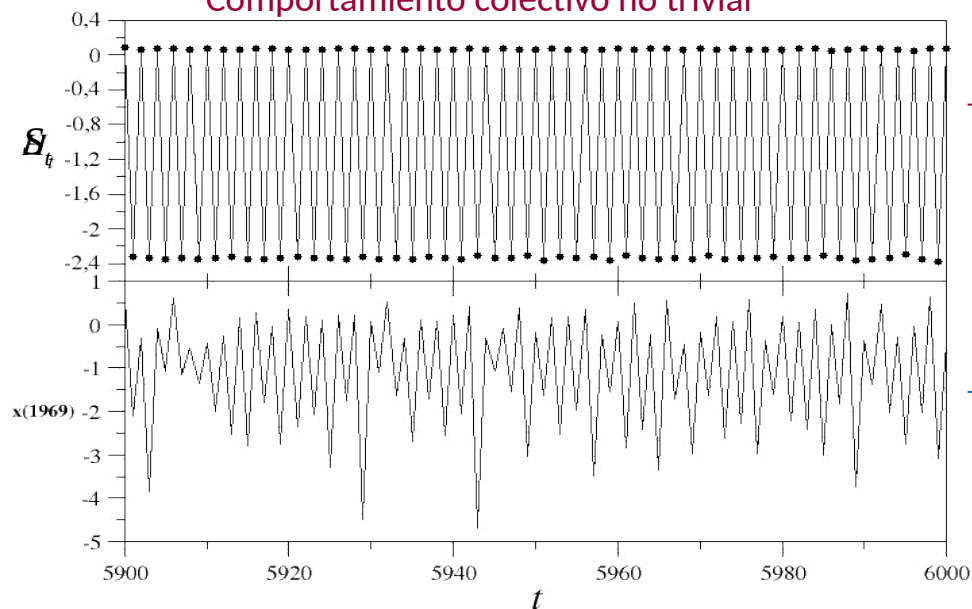
$\varepsilon = 0.04$

Comportamiento colectivo coherente: sincronización caótica

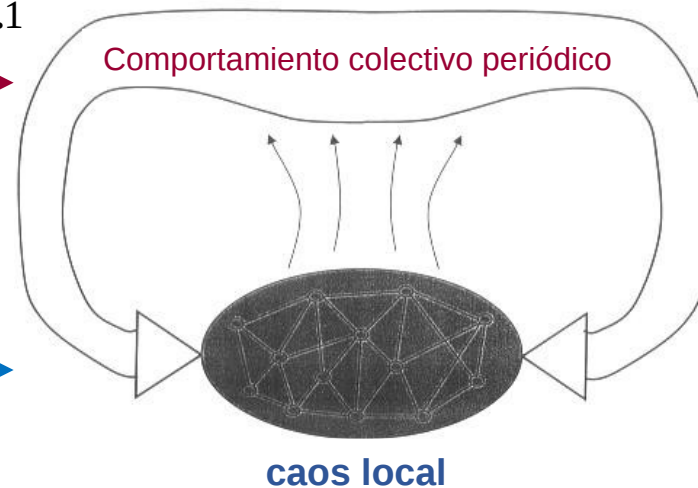


$\varepsilon = 0.4$

Comportamiento colectivo no trivial



$\varepsilon = 0.1$

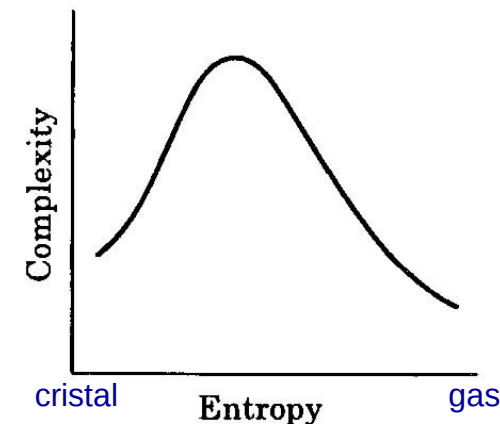
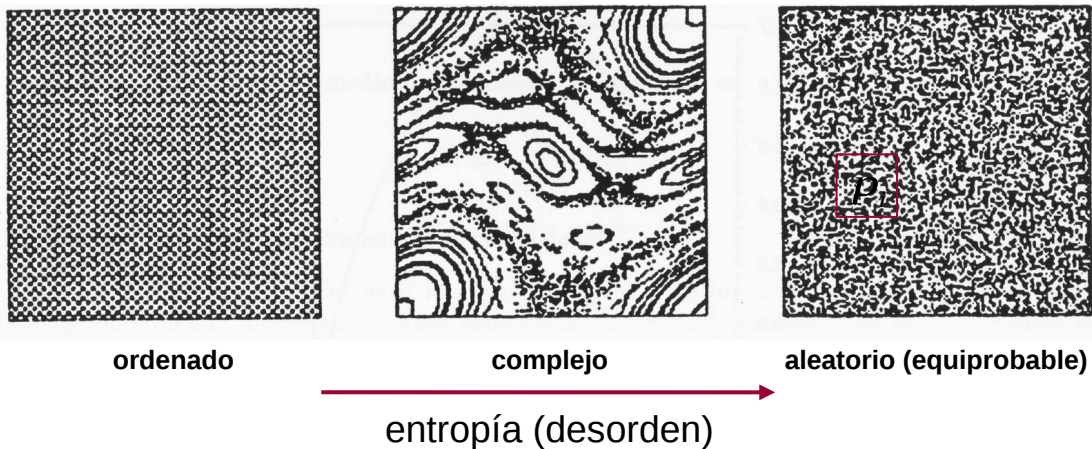


**Comportamiento colectivo no trivial**

Fluctuaciones de  $S_t$  decrecen con aumento del tamaño  $N$   
 → amplitud del periodo mejor definida



# Medidas de complejidad



Complejidad ↔ Estructuras emergentes (espacio, tiempo)

Se han propuesto diversas medidas de complejidad:

- Complejidad algorítmica: mínimo número de instrucciones que generan al sistema.



- Complejidad — flujo de información entre partes del sistema.

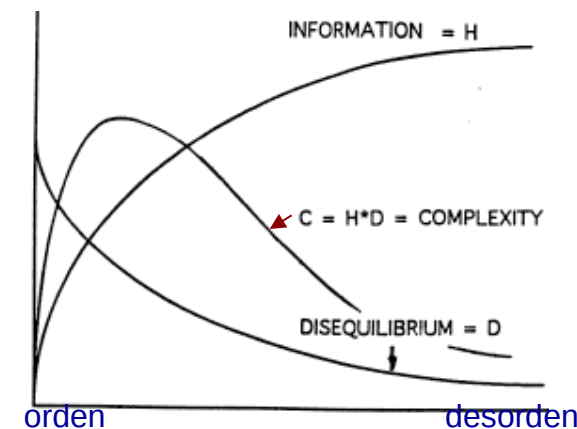
**Complejidad estadística:** [Lopez-Ruiz, Mancini, Calbet, *Phys. Lett. A* **209**, 321 (1995)]  $C = k H \times D$

$H =$  información:  $H = - \sum_{i=1}^Q p_i \ln p_i$   
(entropía)

$Q$ : número de estados

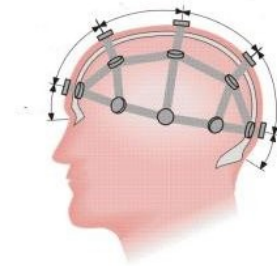
$D =$  desequilibrio:  $D = \sum_{i=1}^Q \left( p_i - \frac{1}{Q} \right)^2$

Complejidad es una medida relativa;  
Medir cambios de complejidad:  $\Delta C$





# Complejidad de señales EEG



EEG: 19 canales (electrodos)

$x_t(i)$ : señal del canal  $i$  en tiempo  $t$

Campo medio de un EEG en tiempo  $t$ :

$$S_t = \frac{1}{19} \sum_{i=1}^{19} x_t(i)$$

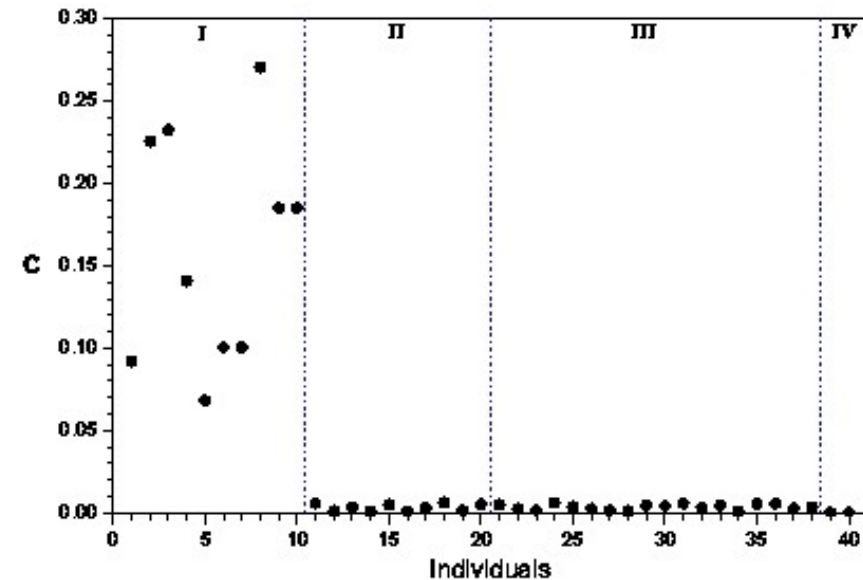
## Base de datos:

**I** sujetos sanos: 10

**II** pacientes epilépticos con tratamiento: 10

**III** pacientes epilépticos sin tratamiento: 18

**IV** pacientes epilépticos durante una crisis: 2



Epilepsia: mayor grado de sincronización (estudios previos).



# Aplicaciones Interdisciplinarias

## **Sistemas Dinámicos/Caos:**

Sistemas dinámicos espaciotemporales, autómatas celulares, redes neuronales, análisis de series temporales, clima, turbulencia, criptografía, sismos, límites de predicción, sincronización, comportamientos colectivos emergentes, estados quiméricos.

## **Sociofísica:**

modelos de formación de opiniones, consenso y polarización, elecciones, cooperación, influencia cultural, globalización, medios de comunicación masiva, propaganda, propagación de rumores, modelos de conflicto, criminalidad, terrorismo, redes sociales (reales y virtuales), influencers o líderes, migraciones.

## **Econofísica:**

distribución de riqueza, intercambio económico, mercados financieros, redes de distribución de bienes y servicios, bancos, comercio global, formación de alianzas y bloques.

## **Sistemas biológicos:**

propagación de epidemias, modelos de crecimiento celular, evolución, redes de interacción de proteínas y genes, modelos ecológicos, movimientos colectivos (bandadas, enjambres, rebaños), dinámica neuronal, análisis de señales fisiológicas (EEG, ECG), epilepsia.



<http://laconga.redclara.net>



[contacto@laconga.redclara.net](mailto:contacto@laconga.redclara.net)



lacongaphysics



Latin American alliance for  
Capacity buildiNG in Advanced physics

**LA-CoNGA physics**



Cofinanciado por el  
programa Erasmus+  
de la Unión Europea

El apoyo de la Comisión Europea para la producción de esta publicación no constituye una aprobación del contenido, el cual refleja únicamente las opiniones de los autores, y la Comisión no se hace responsable del uso que pueda hacerse de la información contenida en la misma.