**Tarea 1 – Introducción a Teoría Cuántica de Campos**

1. Considerando el Lagrangiano de un campo escalar complejo dado por

$$\mathcal{L} = \partial_\mu \phi^* \, \partial^\mu \phi - m^2 \phi^* \phi - \frac{\lambda}{2} (\phi^* \phi)^2 \,,$$

   a) Hallar las ecuaciones de movimiento.

   b) Demostrar que $\mathcal{L}$ es invariante bajo la transformación $\phi \to e^{i\alpha}\phi$, donde $\alpha$ es constante. Derivar la corriente de Noether asociada y verificar explícitamente que es conservada utilizando las ecuaciones de movimiento.

   c) Hallar el Hamiltoniano.

2. El Lagrangiano del campo electromagnético libre está dado por

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \,, \tag{0.1}$$

   donde $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$.

   a) Hallar las ecuaciones de movimiento, considerando al potencial vector $A_\mu(x)$ como variable dinámica.

   b) Escribir las ecuaciones en la forma estándar en términos del campo eléctrico $E^i = -F^{0i}$ y el campo magnético $B^i = -\frac{1}{2}\epsilon^{ijk} F_{jk}$, donde $i, j = 1, 2, 3$, y $\epsilon^{ijk}$ es el tensor de Levi-Civita con $\epsilon^{123} = 1$.