Tarea 3 – Introducción a Teoría Cuántica de Campos

1. Dado el operador de evolución en el cuadro de interacción

$$U(t,t') = e^{iH_0 t}\, e^{-iH(t-t')}\, e^{-iH_0 t'}, \quad t \geq t'$$

demostrar que satisface las identidades (para $t_1 \geq t_2 \geq t_3$)

a) $U(t_1,t_2)U(t_2,t_3) = U(t_1,t_3)$, b) $U(t_1,t_3)U^\dagger(t_2,t_3) = U(t_1,t_2)$.

2. Verificar el Teorema de Wick en el caso de tres campos, i.e.

$$T\,\{\phi_1\phi_2\phi_3\} =: \phi_1\phi_2\phi_3 : +\, \phi_1\, D_F(x_2 - x_3) \,+\, \phi_2\, D_F(x_1 - x_3) \,+\, \phi_3\, D_F(x_1 - x_2)$$

donde $\phi_i = \phi_I(x_i)$, $\phi_I(x)$ es el campo escalar real en el cuadro de interacción, y D_F es el propagador de Feynman.

3. Dada la función de correlación de dos puntos

$$\mathcal{G}(x_1,x_2) = \langle 0|T\{\phi_I(x_1)\,\phi_I(x_2)\,\exp\left(\text{-}\tfrac{i\lambda}{4!}\textstyle\int \phi_I^4(z)d^4z\right)\}|0\rangle$$

a) Determinar los posibles diagramas de Feynman que contribuyen al término de segundo orden en λ en la expansión perturbativa de $\mathcal{G}(x_1,x_2)$.

b) Utilizando las reglas de Feynman en espacio de posición, obtener la contribución a $\mathcal{G}(x_1,x_2)$ correspondiente a los diagramas determinados en a) sin burbujas de vacío, i.e. sin subdiagramas desconectados de los puntos externos.