

Módulo de Teoría

07-03-2023

Anamaría Font V.

Universidad Central de Venezuela

LA-CoNGA-physics

`mattermost.redclara.net@afont`



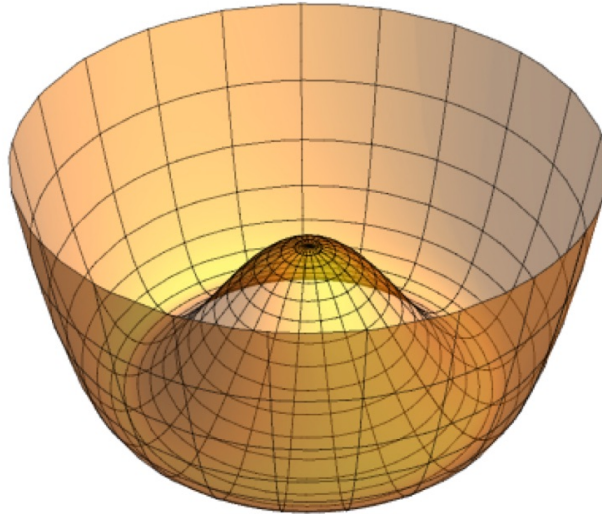
Latin American alliance for
Capacity building in Advanced physics
LA-CoNGA physics



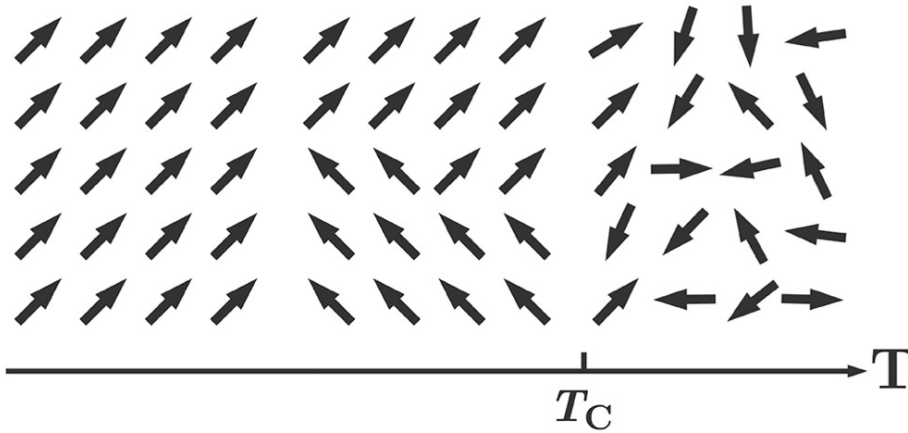
Cofinanciado por el
programa Erasmus+
de la Unión Europea



Ruptura espontánea de simetría



- ▷ idea: Hamiltoniano invariante, i.e. simétrico, bajo transformación de los campos, pero el estado de mínima energía no es invariante, i.e. rompe la simetría
- ▷ ejemplo: magnetización \vec{M} en materiales ferromagnéticos
 H es invariante bajo rotaciones pero $\langle \vec{M} \rangle \neq 0$ a temperaturas $T < T_C$



Queremos estudiar ruptura espontánea de simetría (RES) en teoría de campos.

Consideraremos campos escalares y analizaremos tres casos:

1. simetrías discretas, e.g. $\mathbb{Z}_2 : \phi \rightarrow -\phi$
2. simetrías continuas globales, e.g. $\varphi \rightarrow e^{i\alpha}\varphi$
3. simetrías continuas locales, e.g. $\varphi \rightarrow e^{i\alpha(x)}\varphi$

En general hay N campos escalares, ϕ_i , $i = 1, \dots, N$, con Lagrangiano y Hamiltoniano:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \partial_\mu \phi_i \partial^\mu \phi_i - V(\phi_1, \dots, \phi_N), \quad \mathcal{H} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \left[(\partial_0 \phi_i)^2 + (\vec{\nabla} \phi_i)^2 \right] + V(\phi_1, \dots, \phi_N)$$

▷ el estado de mínima energía o estado de **vacío** satisface:

★ ϕ_i constante, i.e. independiente de (t, \vec{x})

★ mínimo de $V(\phi_1, \dots, \phi_N)$, i.e. $\frac{\partial V}{\partial \phi_i} = 0$ en el vacío

Ruptura de simetrías discretas

Ejemplo : campo escalar real

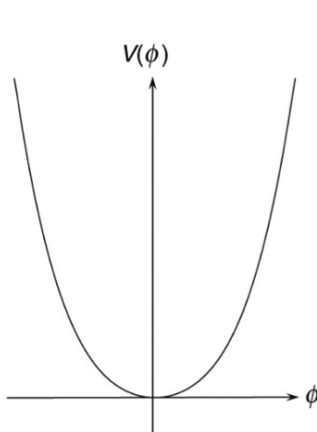
$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi + \frac{1}{2} \mu^2 \phi^2 - \frac{1}{4!} \lambda \phi^4, \quad V(\phi) = -\frac{1}{2} \mu^2 \phi^2 + \frac{1}{4!} \lambda \phi^4 \quad \text{potencial}$$

★ \mathcal{L} invariante bajo transformación $\mathbb{Z}_2 : \phi \rightarrow -\phi$ $\phi' = -\phi, \mathcal{L}' = \mathcal{L}$

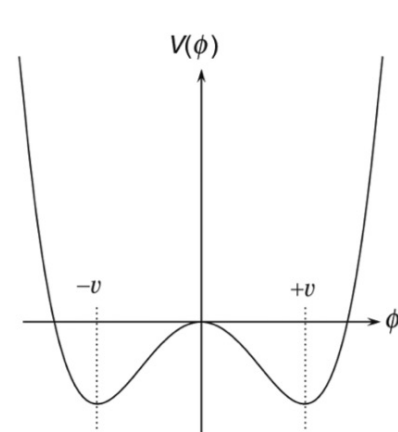
★ $\lambda > 0$, pero puede ser $\mu^2 < 0$ ó $\mu^2 > 0$ $v^2 = \frac{6}{\lambda} \mu^2$

★ extremos de V : $\frac{dV}{d\phi} = -\mu^2 \phi + \frac{\lambda}{6} \phi^3 = \frac{\lambda}{6} \phi(\phi^2 - v^2) = 0$, $\frac{d^2V}{d\phi^2} = -\mu^2 + \frac{\lambda}{3} \phi^2 \Rightarrow$ mín ó máx

$$\mu^2 < 0$$



$$\mu^2 > 0$$

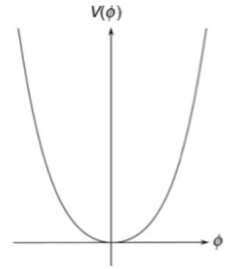


$$v = \sqrt{\frac{6}{\lambda}} \mu$$

$$\mu^2 < 0 \quad \frac{dV}{d\phi} = 0, \quad \frac{d^2V}{d\phi^2} > 0 \Rightarrow \text{mínimo en } \phi = 0$$

▷ la simetría no se rompe

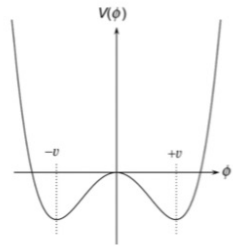
▷ \mathcal{L} describe un campo escalar real ϕ , con masa $m_\phi = -\mu^2 > 0$



$$\mu^2 > 0 \quad \frac{dV}{d\phi} = 0, \quad \frac{d^2V}{d\phi^2} > 0 \Rightarrow \text{mínimo en } \phi = \pm v, \quad v = \sqrt{\frac{6}{\lambda}} \mu$$

▷ \mathcal{L} invariante bajo $\phi \rightarrow -\phi \Rightarrow$ se puede escoger el mínimo en v , al hacerlo se rompe la simetría

▷ en el mínimo, $\langle \phi \rangle = v = \sqrt{\frac{6}{\lambda}} \mu$



$\langle \phi \rangle \equiv \langle 0|\phi|0 \rangle$: valor de expectación de vacío (vev) de ϕ

- ▷ para analizar la teoría en el vacío asimétrico se hace el cambio

$$\sigma(x) = \phi(x) - v \Rightarrow \langle \sigma \rangle = \langle \phi \rangle - v \Rightarrow \langle \sigma \rangle = 0$$

$\sigma(x)$ se cuantiza canónicamente en términos de ops. de creación y aniquilación

- ▷ luego se sustituye $\phi(x) = \sigma(x) + v$, $v = \sqrt{\frac{6}{\lambda}} \mu$, en $\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi + \frac{1}{2} \mu^2 \phi^2 - \frac{1}{4!} \lambda \phi^4$

$$\Rightarrow \mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - \frac{1}{2} (2\mu^2) \sigma^2 - \frac{1}{3!} \lambda v \sigma^3 - \frac{1}{4!} \lambda \sigma^4 + \text{constante}$$

- ▷ \mathcal{L} describe un campo escalar real σ , de masa $m_\sigma = \sqrt{2}\mu$

- ▷ σ tiene interacciones cúbicas y cuárticas

$$\frac{1}{3!} \lambda v \sigma^3 \Rightarrow \begin{array}{c} \diagup \\ \bullet \\ \diagdown \end{array} \begin{array}{c} -i\lambda v \\ \text{---} \\ \bullet \end{array}, \quad \frac{1}{4!} \lambda \sigma^4 \Rightarrow \begin{array}{c} \diagup \quad \diagdown \\ \bullet \\ \diagdown \quad \diagup \end{array} \begin{array}{c} -i\lambda \\ \text{---} \\ \bullet \end{array}$$

- ▷ simetría bajo $\phi \rightarrow -\phi$ implícita en relaciones entre los coeficientes de σ^2 , σ^3 y σ^4 , \mathcal{L} es invariante bajo $\sigma \rightarrow -\sigma - 2v$

Ruptura de simetrías continuas globales

Ejemplo: modelo $O(2)$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi_1 \partial^\mu \phi_1 + \frac{1}{2} \partial^\mu \phi_2 \partial_\mu \phi_2 + \frac{1}{2} \mu^2 (\phi_1^2 + \phi_2^2) - \frac{\lambda}{4} (\phi_1^2 + \phi_2^2)^2$$

invariante bajo $\phi_i \rightarrow R_{ij} \phi_j$, R matriz 2×2 ortogonal, $R^T R = \mathbb{1}$

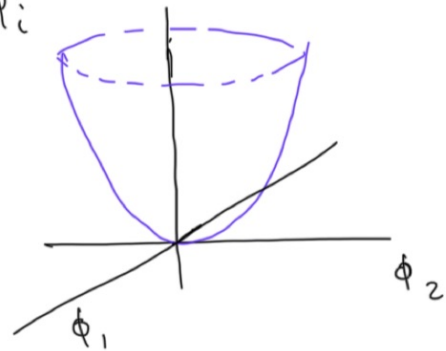
e.g. $R = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\text{sen} \alpha \\ \text{sen} \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}$, ángulo α es un parámetro continuo

$$V(\phi_1, \phi_2) = -\frac{1}{2} \mu^2 (\phi_1^2 + \phi_2^2) + \frac{\lambda}{4} (\phi_1^2 + \phi_2^2)^2, \quad \frac{\partial V}{\partial \phi_i} = \phi_i (-\mu^2 + \lambda (\phi_1^2 + \phi_2^2))$$

$\mu^2 < 0$ mínimo en $\phi_1 = \phi_2 = 0$

no hay RES

$$m_1^2 = -\mu^2, \quad m_2^2 = -\mu^2$$



$$\mu^2 > 0$$

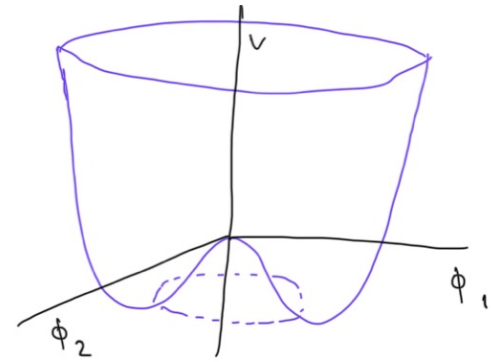
familia de mínimos
en $\phi_1^2 + \phi_2^2 = v^2 = \frac{\mu^2}{\lambda}$

la longitud de $\begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix}$ está fijada

la dirección es arbitraria. se elige $\begin{pmatrix} v \\ 0 \end{pmatrix}$

$$\langle \phi_1 \rangle = v, \quad \langle \phi_2 \rangle = 0$$

cambio de variable $\phi_1(x) = \sigma(x) + v$, $\phi_2(x) = \pi(x)$, $\langle \sigma \rangle = 0$, $\langle \pi \rangle = 0$



$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \pi \partial^\mu \pi + \frac{1}{2} \partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - \frac{1}{2} (2\mu^2) \sigma^2 - \sqrt{\lambda} \mu \sigma^3 - \frac{\lambda}{4} \sigma^4 - \sqrt{\lambda} \mu \sigma \pi^2 - \frac{\lambda}{2} \pi^2 \sigma^2 - \frac{\lambda}{4} \pi^4 + \text{const.}$$

σ campo masivo $m_\sigma = \sqrt{2}\mu$.

π campo de masa nula: bosón de Goldstone

Propagadores

vértices

$$\sigma \frac{k}{\frac{i}{k^2 - 2\mu^2 + i\epsilon}}$$



$$\pi \frac{k}{\frac{i}{k^2 + i\epsilon}}$$

Ejercicio choque $\sigma\pi \rightarrow \sigma\pi$ a nivel árbol



$M \rightarrow 0$ cuando el momento de π 's $\rightarrow 0$

Generalización: modelo O(N)

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \partial_\mu \phi_i \partial^\mu \phi_i + \frac{1}{2} \mu^2 (\phi_1^2 + \dots + \phi_N^2) - \frac{\lambda}{4} (\phi_1^2 + \dots + \phi_N^2)^2$$

* invariante bajo $\phi'_i = R_{ij} \phi_j$

R: matriz real $N \times N$ ortogonal, i.e. $R^T R = \mathbb{1}$

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \vdots \\ \phi_N \end{pmatrix}$$

$$\Phi' = R \Phi$$

R: rotación en N dimensiones

* R genérica en N dimensiones tiene $\frac{N(N-1)}{2}$ parámetros continuos
= ángulos de rotación en los distintos $\frac{N(N-1)}{2}$ planos

$$V = \frac{\lambda}{4} (\phi_1^2 + \dots + \phi_N^2)^2 - \frac{\mu^2}{2} (\phi_1^2 + \dots + \phi_N^2)$$

$\mu^2 < 0$

mínimo simétrico en $\phi_i = 0$

\mathcal{L} describe N escalares reales con $m_i^2 = -\mu^2$

$\mu^2 > 0$

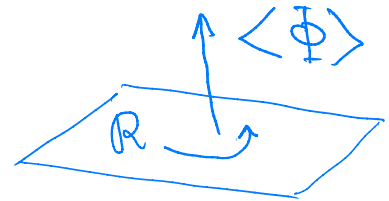
familia de mínimos en $\phi_1^2 + \dots + \phi_N^2 = v^2 = \frac{\mu^2}{\lambda}$

task 6

$$\langle \Phi \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ v \end{pmatrix}$$

rompe la simetría $O(N)$ a $O(N-1)$

$\langle \Phi \rangle$ invariante bajo $R = \left(\begin{array}{c|c} R & \begin{matrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{matrix} \\ \hline \begin{matrix} 0 & \dots & 0 \end{matrix} & 1 \end{array} \right)$



R : rotación $O(N-1)$

$$\Phi(x) - \langle \Phi \rangle = \begin{pmatrix} \pi_1(x) \\ \vdots \\ \pi_{N-1}(x) \\ \sigma(x) \end{pmatrix} \Rightarrow \mathcal{L} = \sum_{\nu=1}^{N-1} \frac{1}{2} \partial_\mu \pi_\nu \partial^\mu \pi_\nu + \frac{1}{2} \partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - \frac{1}{2} (2\mu^2) \sigma^2 - \sqrt{\lambda} \mu \sigma^3 - \frac{\lambda}{4} \sigma^4$$

$$- \sqrt{\lambda} \mu \sigma (\pi_1^2 + \dots + \pi_{N-1}^2) - \frac{\lambda}{2} \sigma^2 (\pi_1^2 + \dots + \pi_{N-1}^2) - \frac{\lambda}{4} (\pi_1^2 + \pi_2^2 + \dots + \pi_{N-1}^2)^2$$

$$\pi_\nu(x) = \phi_\nu(x)$$

$\nu = 1, \dots, N-1$

$$\sigma(x) = \phi_N(x) - v$$

$$\sigma \text{ masivo } m_\sigma = \sqrt{2} \mu$$

$\pi_k, k=1, \dots, N-1$ masa nula
(N-1) bosones de Goldstone

$$* \frac{\partial^2 V}{\partial \phi_i \partial \phi_j} \Big|_{\phi_1^2 + \dots + \phi_N^2 = v^2} = 2\lambda \phi_i \phi_j \quad \text{autovalores } \underbrace{0, \dots, 0}_{N-1}, 2\mu^2$$

* # de simetrías rotas = # de bosones de Goldstone

$$\frac{N(N-1)}{2} \downarrow - \frac{(N-1)(N-2)}{2} = N-1$$

$O(N)$ $O(N-1)$

Teorema de Goldstone

Por cada simetría continua ^{global} interna rota espontáneamente existe una partícula de masa nula, llamada bosón de Goldstone.

demo: ϕ_i campos escalares reales

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{cinético}} - V(\phi_1, \dots, \phi_N)$$

\mathcal{L} invariante bajo transformaciones de un grupo G

$$\phi'_i = \underbrace{\left(e^{i\alpha_a T^a} \right)}_{\text{matriz}}_{ij} \phi_j, \quad \alpha = 1, \dots, \dim G, \quad T^a: \text{generadores de } G$$

$\alpha_a = \text{constante}$

los parámetros α_a se pueden variar de forma continua

Para α_a infinitesimal $\phi'_i = (\delta_{ij} + i\alpha_a T^a_{ij} + \dots) \phi_j$

(Ejemplos

1) $G = SO(2)$, $\dim G = 1$

$$e^{i\alpha T} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\operatorname{sen} \alpha \\ \operatorname{sen} \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -\alpha \\ \alpha & 0 \end{pmatrix} + \dots$$

$$e^{i\alpha T} = \mathbb{1} + i\alpha T + \dots, \quad T = \begin{pmatrix} 0 & i \\ -i & 0 \end{pmatrix}$$

2) $G = SO(3)$, $\dim G = 3$

generadores T^1, T^2, T^3

$$T^1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & i \\ 0 & -i & 0 \end{pmatrix},$$

$$e^{i\alpha_1 T^1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_1 & -\operatorname{sen} \alpha_1 \\ 0 & \operatorname{sen} \alpha_1 & \cos \alpha_1 \end{pmatrix}$$

T^2, T^3 similares

)

invariancia $\Rightarrow V(\phi'_i) = V(\phi_i + i\delta\alpha T^a_{ij} \phi_j) = V(\phi_i)$

exp. de Taylor $\Rightarrow \frac{\partial V}{\partial \phi_i} \delta\alpha T^a_{ij} \phi_j = 0 \Rightarrow \frac{\partial V}{\partial \phi_i} T^a_{ij} \phi_j = 0$ $\delta\alpha$ arbitrarios

derivando respecto a ϕ_k : $\frac{\partial^2 V}{\partial \phi_k \partial \phi_i} T^a_{ij} \phi_j + \frac{\partial V}{\partial \phi_i} T^a_{ik} = 0$

evaluando en el mínimo, $\langle \phi_i \rangle = \bar{\phi}_i$

(*) $\frac{\partial^2 V}{\partial \phi_k \partial \phi_i} \Big|_{\bar{\phi}_i} T^a_{ij} \bar{\phi}_j = 0$ ya que $\frac{\partial V}{\partial \phi_i} \Big|_{\bar{\phi}_i} = 0$
 matriz M^2_{ik} de masas

$$V(\phi_i) = V(\bar{\phi}_i) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial \phi_k \partial \phi_i} \Big|_{\bar{\phi}_i} (\phi - \bar{\phi}_k)(\phi - \bar{\phi}_i) + \dots$$

$$M_{ki}^2 T_{ij}^a \bar{\phi}_j = 0 \quad (*)$$

G se rompe a un subgrupo H_{nr} nr: no roto

para los generadores de H_{nr} $T_{ij}^a \bar{\phi}_j = 0$ (*) trivial

para los generadores de G que no están en H_{nr} , $T_{ij}^a \bar{\phi}_j \neq 0$

(*) \Rightarrow autovectores de M^2 con autovalor cero

de autovectores cero = # de bosones de Goldstone = $\dim G - \dim H_{nr}$

ejemplo
$$V = -\frac{1}{2} \mu^2 (\phi_1^2 + \dots + \phi_N^2) + \frac{\lambda}{4} (\phi_1^2 + \dots + \phi_N^2)^2$$

$$G = O(N), \quad H_{nr} = O(N-1)$$

Ruptura con campo complejo

$$\mathcal{L} = \partial_\mu \varphi^* \partial^\mu \varphi + \mu^2 \varphi^* \varphi - \lambda (\varphi^* \varphi)^2$$

invariante bajo $\varphi \rightarrow e^{i\alpha} \varphi$ $U(1)$

$$V = -\mu^2 \varphi^* \varphi + \lambda (\varphi^* \varphi)^2$$

$$\frac{\partial V}{\partial \varphi} = \varphi^* (-\mu^2 + 2\lambda \varphi^* \varphi), \quad \mu^2 > 0 \text{ mínimo en } |\varphi|^2 = \frac{v^2}{2}, \quad v^2 = \frac{\mu^2}{\lambda}$$

Se escoge $\langle \varphi \rangle = \frac{v}{\sqrt{2}}$

$$\varphi = e^{i\xi/v} \left(\frac{\eta + v}{\sqrt{2}} \right), \quad \langle \xi \rangle = 0, \quad \langle \eta \rangle = 0$$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \xi \partial^\mu \xi + \frac{1}{2} \partial_\mu \eta \partial^\mu \eta - \frac{1}{2} (2\mu^2 \eta^2 - \lambda v \eta^3 - \frac{\lambda}{4} \eta^4) + \frac{\eta}{v} \left(1 + \frac{\eta}{2v} \right) \partial_\mu \xi \partial^\mu \xi$$

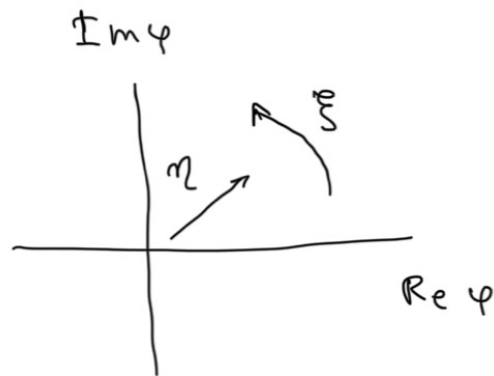
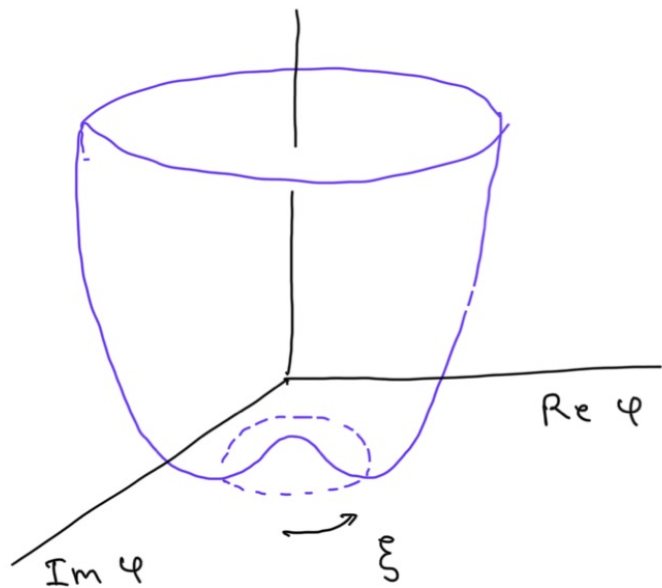
η masivo $m_\eta = \sqrt{2}\mu$, ξ bosón de Goldstone $m_\xi = 0$
acoplos con ∂_μ

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{2}} (\phi_1 + i\phi_2)$$

$$\varphi^* \varphi = \frac{1}{2} (\phi_1^2 + \phi_2^2)$$

ejemplo $O(2)$

$$U(1) \simeq SO(2)$$



η masivo : dirección radial
 V varía, cuesta energía cambiar η

ξ masa nula : dirección circular
 V no varía , no cuesta energía cambiar ξ

Ruptura de simetrías continuas locales

Mecanismo Higgs

P. W. Higgs (1964)

F. Englert, R. Brout (1964)

G. S. Guralnik, C. R. Hagen, T. W. Kibble (1964)

Transformaciones de simetría locales

$$\mathcal{L} = \partial_\mu \varphi^* \partial^\mu \varphi + \mu^2 \varphi^* \varphi - \lambda (\varphi^* \varphi)^2$$

* simetría $U(1)$ **global** $\varphi' = e^{i\alpha} \varphi$, $\alpha = \text{constante}$

$$\partial_\mu \varphi' = \partial_\mu (e^{i\alpha} \varphi) = e^{i\alpha} \partial_\mu \varphi \Rightarrow \mathcal{L}' = \mathcal{L}$$

* simetría $U(1)$ **local** $\varphi' = e^{i\alpha} \varphi$, $\alpha = g\chi(x) \neq \text{constante}$

$$\partial_\mu \varphi' = \partial_\mu (e^{ig\chi} \varphi) = e^{ig\chi} (\partial_\mu \varphi + ig \partial_\mu \chi \varphi) \neq e^{ig\chi} \partial_\mu \varphi \Rightarrow \mathcal{L}' \neq \mathcal{L}$$

* $\mathcal{L}' = \mathcal{L}$ requiere introducir campo de calibre (gauge) B_μ

y reemplazar la derivada ordinaria ∂_μ por la

derivada covariante $D_\mu = \partial_\mu + ig B_\mu$, g : constante de acoplamiento

Electromagnetismo: $g = e$, campo de calibre A_μ

* $\partial_\mu \psi$ se reemplaza por $D_\mu \psi = \partial_\mu \psi + ig B_\mu \psi$

* se impone $(D_\mu \psi)' = e^{ig\chi} D_\mu \psi$ semejante a $\psi' = e^{ig\chi} \psi$

$$\left. \begin{aligned} (D_\mu \psi^* D^\mu \psi)' &= e^{-ig\chi} D_\mu \psi^* e^{ig\chi} D^\mu \psi = D_\mu \psi^* D^\mu \psi \\ (\psi^* \psi)' &= e^{-ig\chi} \psi^* e^{ig\chi} \psi = \psi^* \psi \end{aligned} \right\} \Rightarrow \mathcal{L}' = \mathcal{L}$$

* $(D_\mu \psi)' = e^{ig\chi} D_\mu \psi \Rightarrow \boxed{B'_\mu = B_\mu - \partial_\mu \chi}$ transformación de calibre del campo de calibre

$$\partial_\mu \psi' + ig B'_\mu \psi' = e^{ig\chi} (\partial_\mu \psi + ig \partial_\mu \chi \psi + ig B_\mu \psi) = e^{ig\chi} (\partial_\mu \psi + ig B_\mu \psi)$$

EM

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$$

$$\vec{E} = -\partial_0 \vec{A} - \vec{\nabla} A^0$$

$$\vec{A}' = \vec{A} + \vec{\nabla} \chi$$

$$A'^0 = A^0 - \partial_0 \chi$$

$$A'_\mu = A_\mu - \partial_\mu \chi$$

$$\Rightarrow \begin{aligned} \vec{B}' &= \vec{B} \\ \vec{E}' &= \vec{E} \end{aligned}$$

Lagrangiano para el campo de calibre

* $\mathcal{L}_B = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$, $F_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu$ tensor de campo
 $\frac{1}{2}(\partial_0 B^i)^2$

$B'_\mu = B_\mu - \partial_\mu \chi \Rightarrow F'_{\mu\nu} = \partial_\mu (B_\nu - \partial_\nu \chi) - \partial_\nu (B_\mu - \partial_\mu \chi) = F_{\mu\nu} \Rightarrow \mathcal{L}'_B = \mathcal{L}_B$

Electromagnetismo: $\mathcal{L}_{EM} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$, $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$

* $\mathcal{L}_B = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$ describe un campo vectorial B_μ (espín 1) de masa nula con dos grados de libertad (dos polarizaciones)

* $\tilde{\mathcal{L}}_B = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_B^2 B_\mu B^\mu$ NO es invariante de calibre

describe un campo vectorial B_μ (espín 1) masivo con tres grados de libertad (tres polarizaciones)

Mecanismo Higgs U(1)

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + (D_\mu \varphi)^* (D^\mu \varphi) + \mu^2 (\varphi^* \varphi) - \lambda (\varphi^* \varphi)^2$$

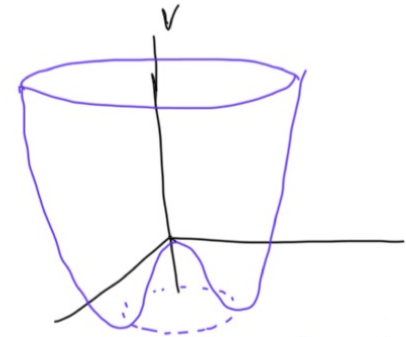
$$D_\mu \varphi = \partial_\mu \varphi + i g B_\mu \varphi, \quad F_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu$$

\mathcal{L} es invariante bajo transformaciones U(1) locales

$$\varphi' = e^{i g \chi(x)} \varphi, \quad B'_\mu = B_\mu - \partial_\mu \chi$$

$$V = -\mu^2 \varphi^* \varphi + \lambda (\varphi^* \varphi)^2, \quad \mu^2 > 0$$

$$\langle \varphi \rangle = \frac{v}{\sqrt{2}}, \quad \varphi = e^{i \xi/v} \frac{(v + \eta)}{\sqrt{2}}$$



$$\text{mínimo en } |\varphi|^2 = \frac{v^2}{2} = \frac{\mu^2}{2\lambda}$$

$$V = \underbrace{\lambda v^2 \eta^2}_{\frac{1}{2} m_\eta^2 \eta^2} + \lambda v \eta^3 + \frac{\lambda}{4} \eta^4 + \text{const}$$

$m_\eta = \sqrt{2} \lambda v = \sqrt{2} \mu$

$$D_\mu \varphi = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\xi/v} \left[\partial_\mu \eta + i \left(g B_\mu + \frac{1}{v} \partial_\mu \xi \right) (\eta + v) \right]$$

$$(D_\mu \varphi)^\dagger D^\mu \varphi = \frac{1}{2} g^2 (\eta + v)^2 \underbrace{\left(B_\mu + \frac{1}{g v} \partial_\mu \xi \right) \left(B^\mu + \frac{1}{g v} \partial^\mu \xi \right)}_{\text{incluye } B_\mu \partial^\mu \xi} + \frac{1}{2} \partial_\mu \eta \partial^\mu \eta$$

incluye $B_\mu \partial^\mu \xi$ 

! pero se puede hacer una transformación de calibre!

$$B'_\mu = B_\mu - \partial_\mu \chi = B_\mu + \frac{1}{g v} \partial_\mu \xi, \quad \text{escogiendo } \chi = -\frac{1}{g v} \xi$$

$$F'_{\mu\nu} = F_{\mu\nu}$$

$$\begin{aligned}
 (D_\mu \varphi)^\dagger D^\mu \varphi &= \frac{1}{2} g^2 (\eta + v)^2 B'_\mu B'^\mu + \frac{1}{2} \partial_\mu \eta \partial^\mu \eta \\
 &= \frac{1}{2} g^2 v^2 B'_\mu B'^\mu + \dots
 \end{aligned}$$

B'_μ es masivo, tiene $m_B = gv$

$$\begin{aligned}
 * \quad \mathcal{L} &= -\frac{1}{4} F'_{\mu\nu} F'^{\mu\nu} + \frac{1}{2} g^2 v^2 B'_\mu B'^\mu + \frac{1}{2} \partial_\mu \eta \partial^\mu \eta - \frac{1}{2} (2\lambda v^2) \eta^2 \\
 &\quad + v g^2 \eta B'_\mu B'^\mu + \frac{1}{2} g^2 \eta^2 B'_\mu B'^\mu - \lambda v \eta^3 - \frac{1}{4} \lambda \eta^4 + \text{const.}
 \end{aligned}$$

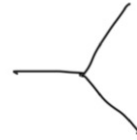
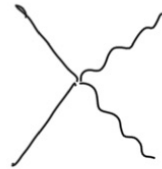
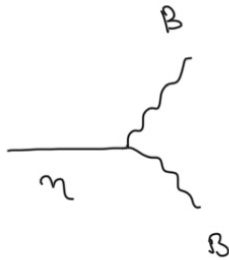
* bosón de Goldstone ξ desaparece de \mathcal{L} , en vez aparece B'_μ masivo

B'_μ se "come" a ξ .

ξ proporciona la polarización longitudinal de B'_μ

$$B'_\mu = B_\mu + \frac{1}{gv} \partial_\mu \xi$$

* interacciones



* Al hacer la transformación $B'_\mu = B_\mu - \partial_\mu \chi$, $\chi = -\frac{1}{g\nu} \xi$.

Se escoge el llamado calibre unitario, en el cual los campos en L corresponden a partículas físicas. En calibre unitario

$$\psi' = e^{ig\left(-\frac{1}{g\nu}\xi\right)} \psi = e^{-i\frac{\xi}{\nu}} e^{i\frac{\xi}{\nu}} \frac{(\eta + \nu)}{\sqrt{2}}$$

$$\psi' = \frac{(\eta + \nu)}{\sqrt{2}}$$



<http://laconga.redclara.net>



contacto@laconga.redclara.net



lacongapysics



Latin American alliance for
Capacity building in Advanced physics

LA-CoNGA physics



Cofinanciado por el
programa Erasmus+
de la Unión Europea

El apoyo de la Comisión Europea para la producción de esta publicación no constituye una aprobación del contenido, el cual refleja únicamente las opiniones de los autores, y la Comisión no se hace responsable del uso que pueda hacerse de la información contenida en la misma.