

Imágenes médicas: Física, Procesamiento y Registro III

Registro y fusión de imágenes médicas

Miguel Martín Landrove

Centro de Visualización Médica, INABIO, UCV

Centro de Física Molecular y Médica, Facultad de Ciencias, UCV

Centro de Diagnóstico Docente Las Mercedes



Latin American alliance for
Capacity building in Advanced physics

LA-CoNGA physics



Cofinanciado por el
programa Erasmus+
de la Unión Europea





Temario

- Registro de imágenes. Tipos de registro y clasificación. Elementos del registro.
- Medidas de similitud en el registro. Geométricas y basadas en la intensidad de imagen
- Transformaciones (esencialmente rígidas)
- Información en la imagen. Entropía, Información mútua. Distancia entre imágenes en el espacio de información (Kullback-Leibler)
- Transformaciones no rígidas. Transformaciones paramétricas. Transformaciones deformables basadas en modelos físicos. Transformaciones basadas en las propiedades de intensidad de la imagen: atractores y “demons”



Definición

“ El registro de imágenes se define como establecer una transformación espacial (T) – o mapa – que relacione las posiciones en una imagen a posiciones correspondientes en otra u otras imágenes”

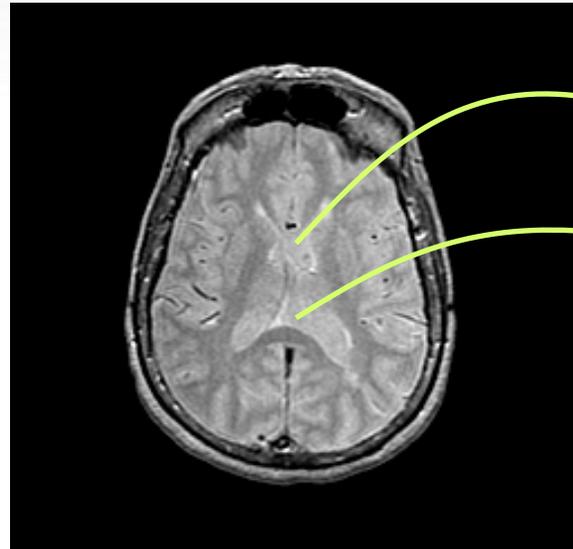


Imagen fuente



Imagen blanco



Clasificación

Criterios	Clasificación
Dimensionalidad	<ol style="list-style-type: none">1. Dimensiones espaciales solamente (2D/2D, 2D/3D, 3D/3D)2. Serie temporal con dimensiones espaciales
Método de registro intrínseco	<ol style="list-style-type: none">1. Basado en marcas2. Basado en segmentación3. Basado en propiedades del voxel
Transformación	<ol style="list-style-type: none">1. Rígida2. Deformable



Clasificación

- Igual modalidad, mismo paciente.
 - monitoreo y cuantificación del progreso de la enfermedad en el tiempo,
 - evaluación de deformaciones intraoperativas en cerebro, etc...
- Diferentes modalidades, mismo paciente
 - corrección de posiciones diferentes del paciente entre diferentes estudios,
 - correlación de información entre imágenes estructurales e imágenes funcionales, etc...
- Misma modalidad, diferentes pacientes
 - construcción de Atlas,
 - estudio de variabilidad entre sujetos o pacientes, etc...



Elementos de registro de imágenes

1) Similaridad

El criterio de similaridad mide cuán bien las dos imágenes se corresponden

2) Transformación

La transformación especifica la forma mediante la cual la imagen fuente es modificada para corresponderse con la imagen blanco. Un conjunto de parámetros numéricos especifican un instante particular de la transformación

3) Optimización

El proceso de optimización varia los parámetros del modelo de transformación de manera de maximizar el criterio de similaridad o la correspondencia entre ambas imágenes



- Enfoque basado en geometría
Establece correspondencia entre características anatómicas, tales como puntos o superficies, extraídas de las imágenes fuente y blanco.
ejemplo: bifurcación de vasos sanguíneos, centro de órbita de los ojos, ...

Ventaja: el uso de información estructural asegura que el mapeo tiene validez biológica y permite que la transformación sea interpretada en términos de la anatomía o fisiología presentes

- Enfoque basado en intensidad
Establece correspondencias entre los patrones de intensidad en cada imagen utilizando criterios matemáticos o estadísticos

Ventaja: todos los datos o una buena proporción de ellos son utilizados, lo que le proporciona una gran robustez

Medidas de similitud



Medidas de similitud geométricas

El problema ortogonal de Procrustes es un problema de aproximación de matrices en álgebra lineal que establece que dadas dos matrices A y B , hallar una matriz Ω que realiza el mejor mapeo de A sobre B . Específicamente se debe minimizar:

$$R(\tilde{\Omega}) = \left\| \tilde{A}(\tilde{\Omega}) - \tilde{B} \right\|_F \quad \text{sujeto a la condición } \tilde{\Omega}^T \tilde{\Omega} = I$$

Donde:

$$\left\| \tilde{C} \right\|_F = \sqrt{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n |c_{ij}|^2}$$

Es la norma de Frobenius

† Procrustes era hijo de Poseidon. Tenía su casa en las colinas, donde ofrecía posada al viajero solitario, lo seducía y lo invitaba a tumbarse desnudo en una cama de hierro. Si la víctima era alta, Procrustes la acostaba en una cama corta y procedía a serrar las partes de su cuerpo que sobresalían. Si por el contrario era más baja, la invitaba a acostarse en una cama larga, donde la maniataba y descoyuntaba a martillazos hasta estirla. Según otras versiones, nadie coincidía jamás con el tamaño de la cama porque ésta era secretamente regulable: Procrustes la alargaba o acortaba a voluntad antes de la llegada de sus víctimas.



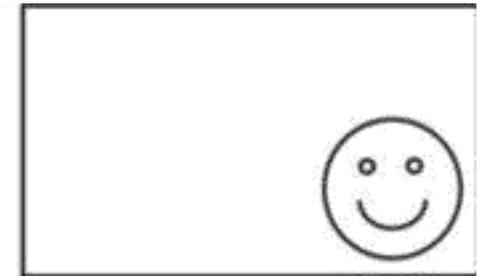
Medidas de similitud geométrica

$$P = \{\vec{p}_i\}, \quad Q = \{\vec{q}_i\} \quad \tilde{P} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1N} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{D1} & p_{D2} & \cdots & p_{DN} \end{bmatrix} \quad \tilde{Q} = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & \cdots & q_{1N} \\ q_{21} & q_{22} & \cdots & q_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ q_{D1} & q_{D2} & \cdots & q_{DN} \end{bmatrix}$$

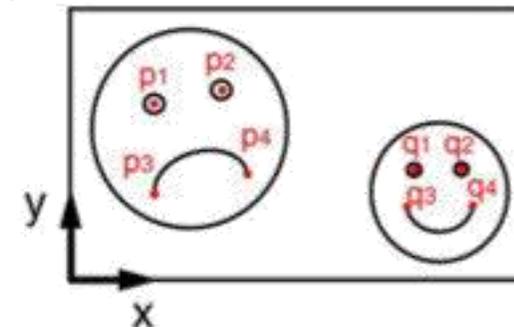
$$G(\tilde{T}) = \|\tilde{P}(\tilde{T}) - \tilde{Q}\|_F = \sqrt{\sum_{i=1}^D \sum_{j=1}^N |p_{ij}(\tilde{T}) - q_{ij}|^2}$$



Fuente



Blanco

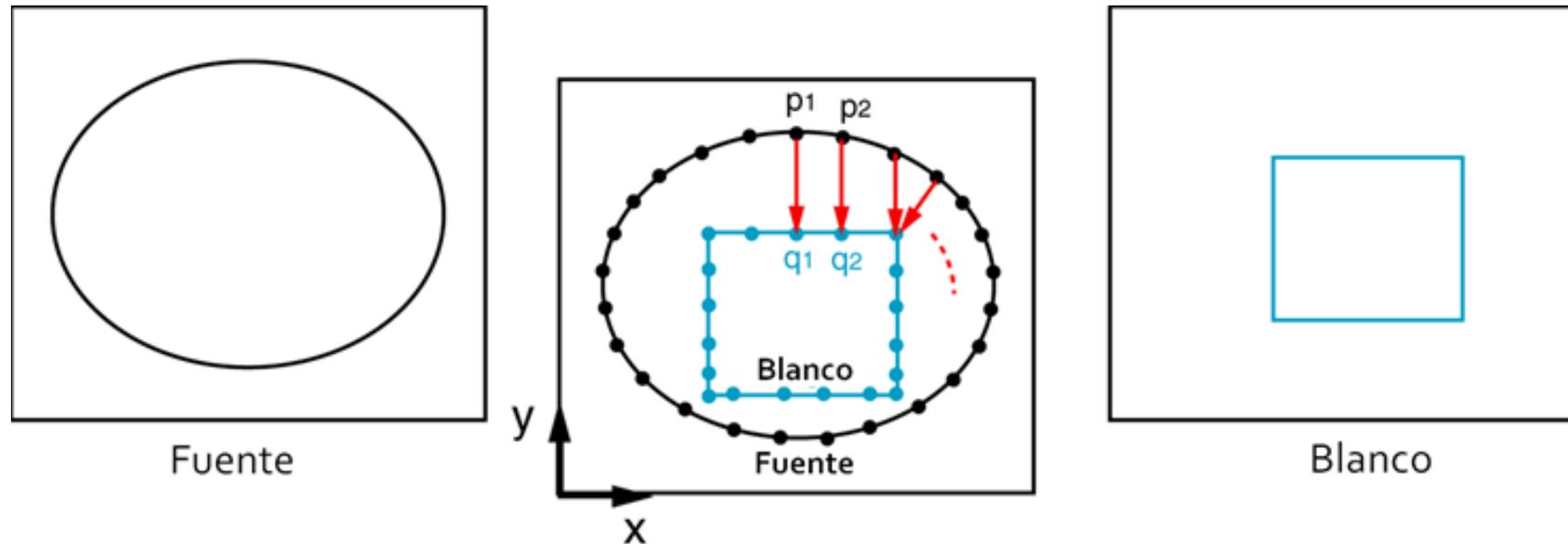




Medidas de similitud geométrica

$$P = \{\vec{p}_i\} \quad \vec{p}_i \in S_p, \quad Q = \{\vec{q}_i\} \quad \vec{q}_i \in S_q$$

$$G(\tilde{T}) = \sqrt{\sum_{i=1}^{N_{S_p}} \min_{\vec{q}_j \in S_q} |\vec{p}_i(\tilde{T}) - \vec{q}_j|^2}$$



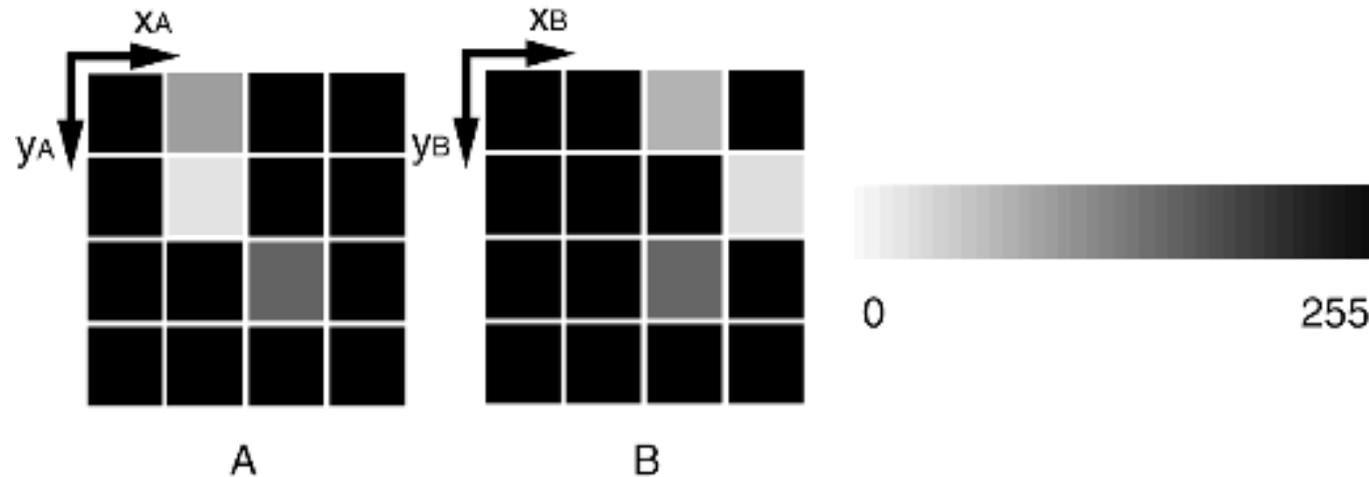


Medidas de similitud basadas en la intensidad de imagen

Ω

Dominio de superposición de la imagen fuente transformada $\tilde{T}(A)$ y la imagen blanco B

$$SSD = \frac{1}{N} \sum_{\vec{x}_B \in \Omega} \left| \tilde{T}(A(\vec{x}_B)) - B(\vec{x}_B) \right|^2$$





Medidas de similitud basadas en la intensidad de imagen

Ω

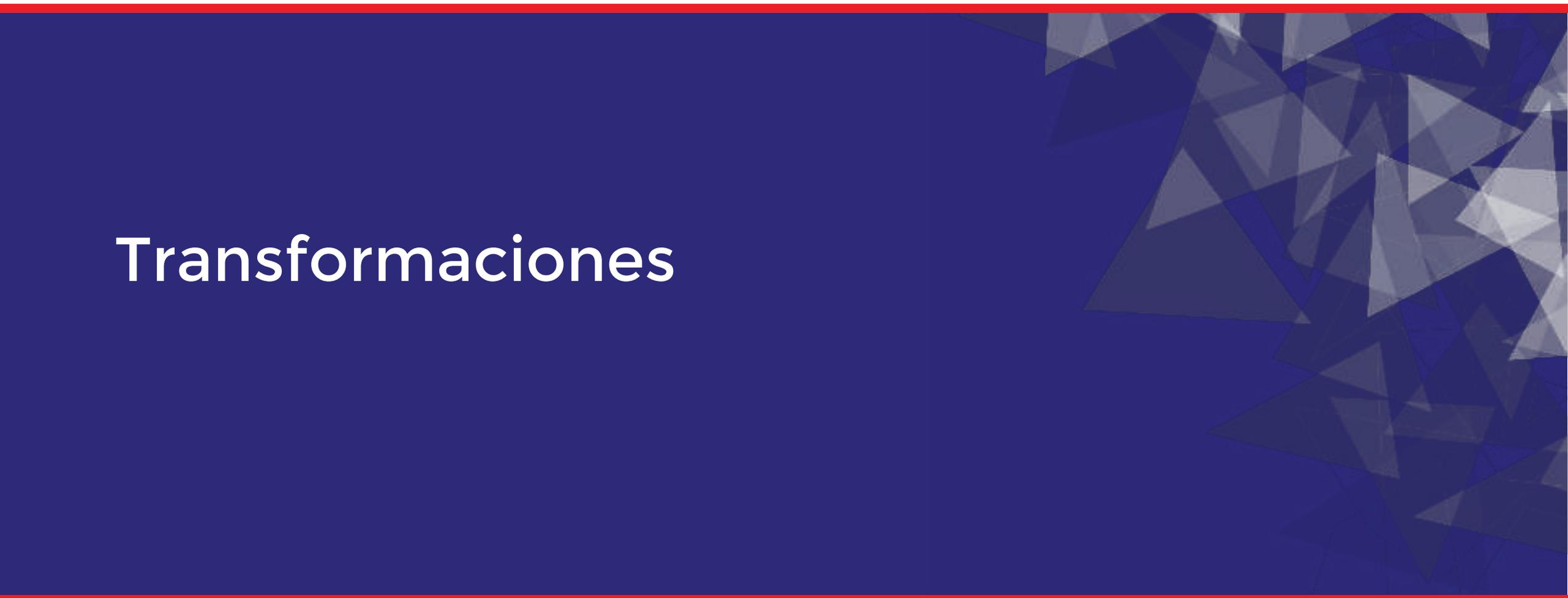
Dominio de superposición de la imagen fuente transformada $\tilde{T}(A)$ y la imagen blanco B

$$CC = \frac{\sum_{\vec{x}_B \in \Omega} (B(\vec{x}_B) - \bar{B}) \cdot (\tilde{T}(A(\vec{x}_B)) - \bar{A})}{\left\{ \sum_{\vec{x}_B \in \Omega} (B(\vec{x}_B) - \bar{B})^2 \cdot \sum_{\vec{x}_B \in \Omega} (\tilde{T}(A(\vec{x}_B)) - \bar{A})^2 \right\}^{1/2}}$$

Donde \bar{A} y \bar{B} representan los promedios de las matrices A y B en el dominio de superposición Ω .

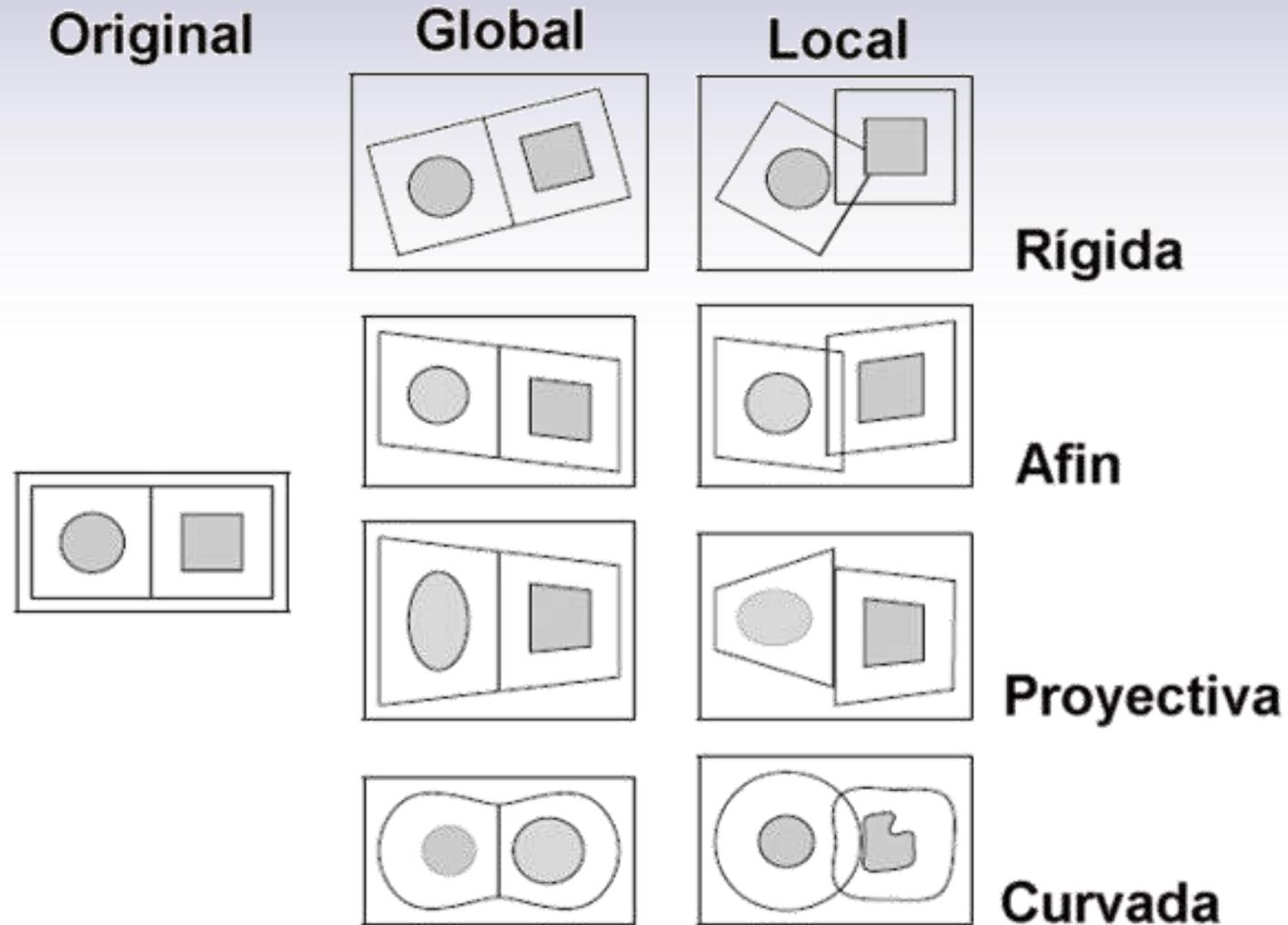
Tanto SSD como CC son más apropiados para registro de imágenes mono-modalidad.

Transformaciones



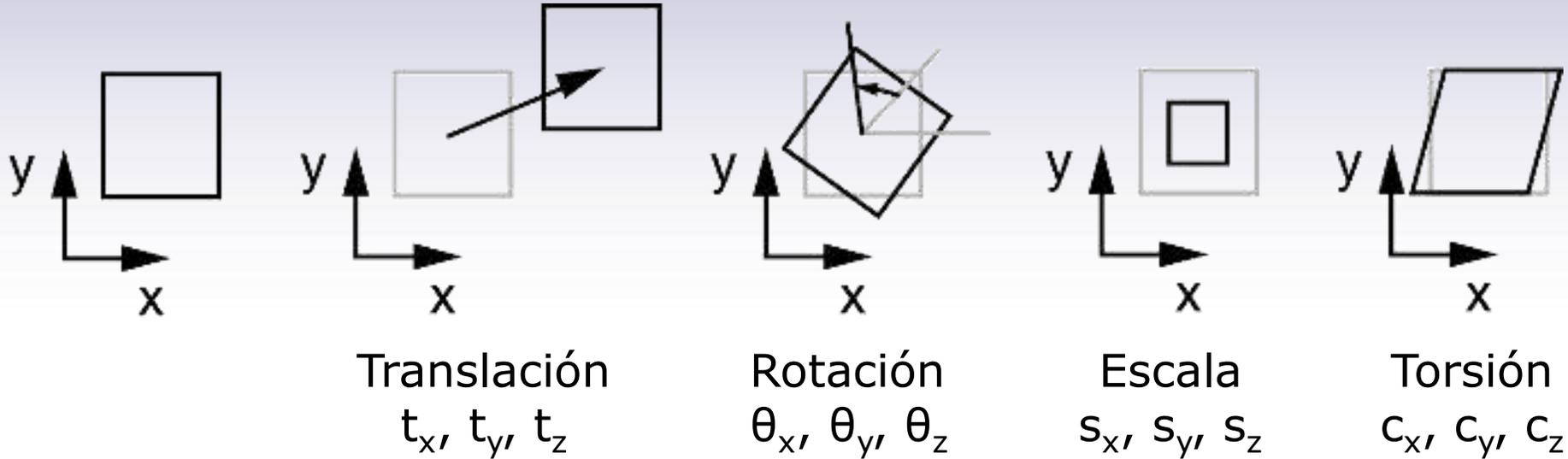


Tipos de transformaciones





Transformaciones

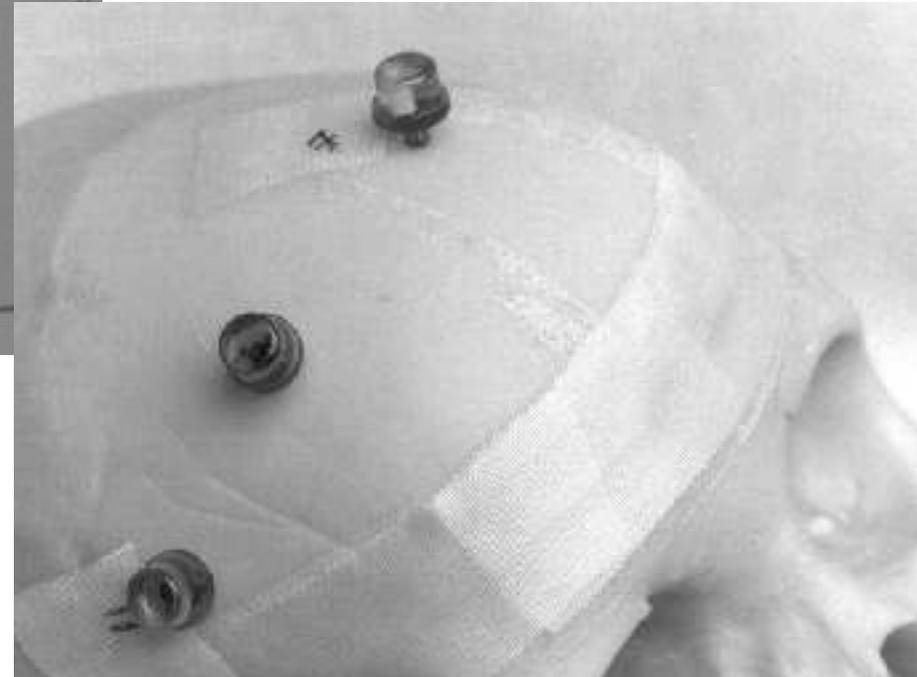


- Transformación rígida: 6 parámetros
T depende de $t_x, t_y, t_z, \theta_x, \theta_y, \theta_z$
- Transformación afín: 12 parámetros
T depende de $t_x, t_y, t_z, \theta_x, \theta_y, \theta_z, s_x, s_y, s_z, c_x, c_y, c_z$
- Transformación no rígida: número de parámetros $\{\alpha_i\}$
T depende de $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{n-1}, \alpha_n$





Marcas fiduciaras



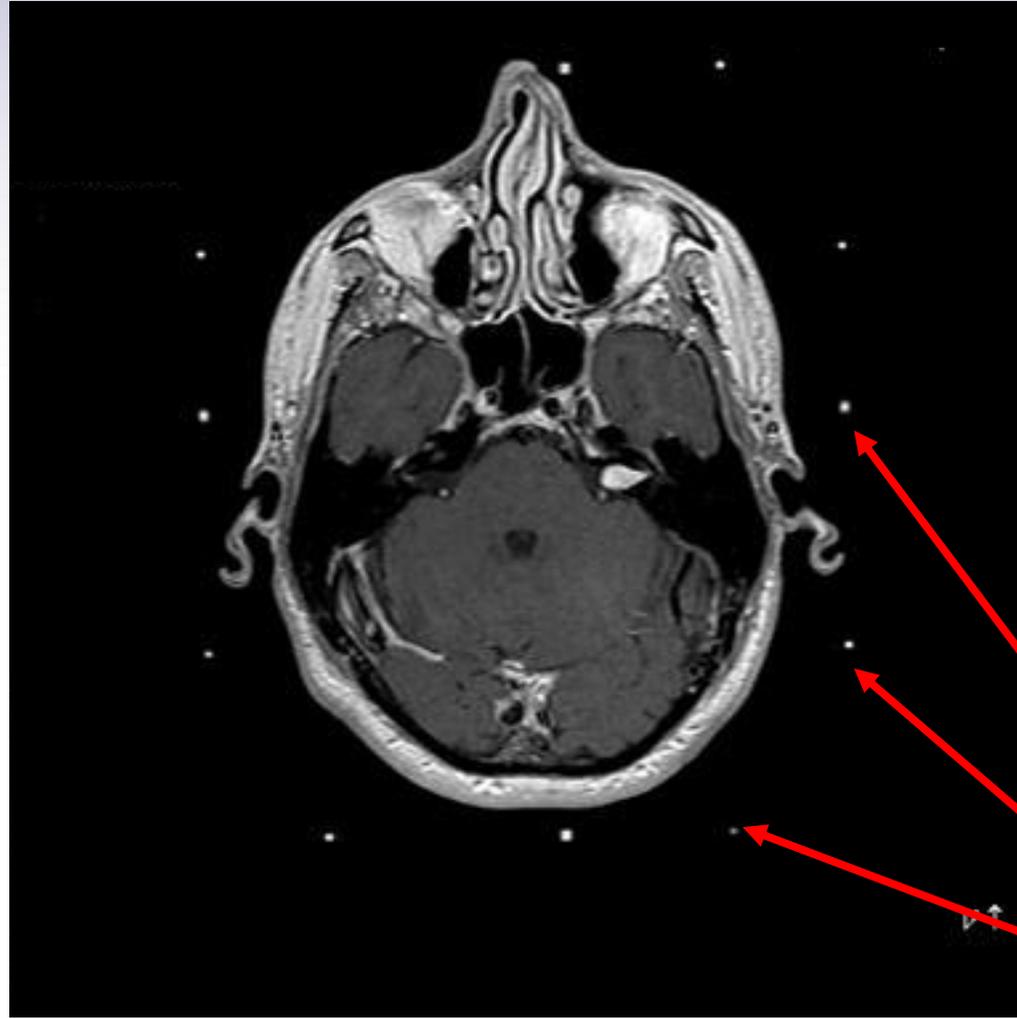


Marcas fiduciaras





Marcas fiduciaras



Las coordenadas de los fiduciaros se pueden encontrar en múltiples imágenes

Un conjunto de fiduciaros se puede alinear con otro.

Fiduciaros

Información en la imagen



Medidas de información

- Hartley definió la primera medida de información:
 - $H = n \log s$
 - donde n es la longitud del mensaje y s es el número de valores posibles de cada símbolo en el mensaje
 - Supone que todos los símbolos son igualmente probables de ocurrir
- Shannon propuso una variante (Entropía de Shannon)

$$H = \sum_i p_i \cdot \log \frac{1}{p_i}$$

- pondera la información basado en la probabilidad de que un resultado ocurra
- el segundo término muestra que la cantidad de información que un evento provee es inversamente proporcional a la probabilidad de que éste ocurra

R. V. L. Hartley, "Transmission of information," Bell Syst. Tech. J., vol. 7, pp. 535–563, 1928.

C. E. Shannon, "A mathematical theory of communication," Bell Syst. Tech. J., vol. 27, p. 379–423/623–656, 1948.

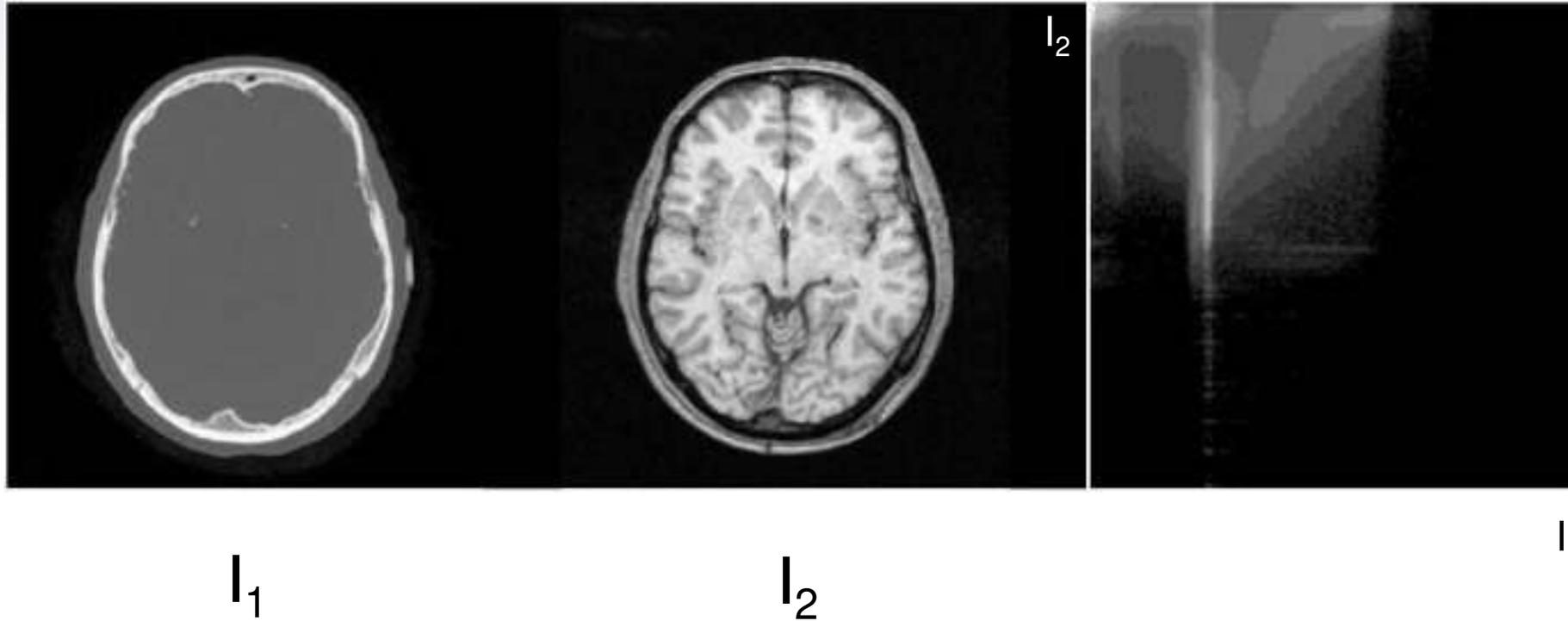


Entropía en el registro de imágenes

- Se define una distribución de probabilidad conjunta:
 - Se genera un histograma 2-D donde cada eje es el número de valores posibles de escala de gris en cada imagen
 - cada celda del histograma es incrementada por la unidad cada vez que el par $(I_1(x,y), I_2(x,y))$ suceda en el par de imágenes
 - Si las imágenes se encuentran perfectamente alineadas entonces el histograma es muy pronunciado y poco disperso. A medida que las imágenes se desalinean, la dispersión del histograma crece.
 - recordemos que la entropía es una medida de la dispersión del histograma



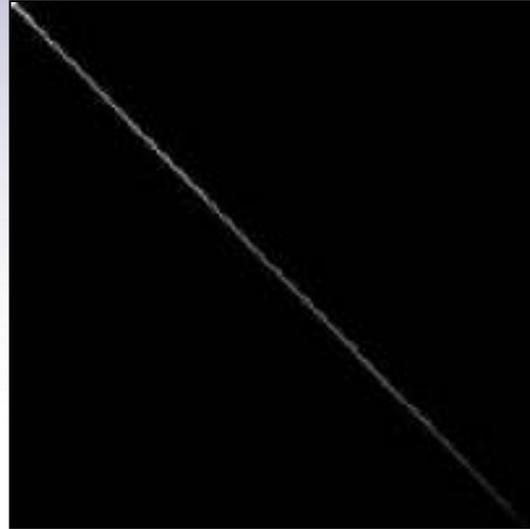
Entropía en el registro de imágenes



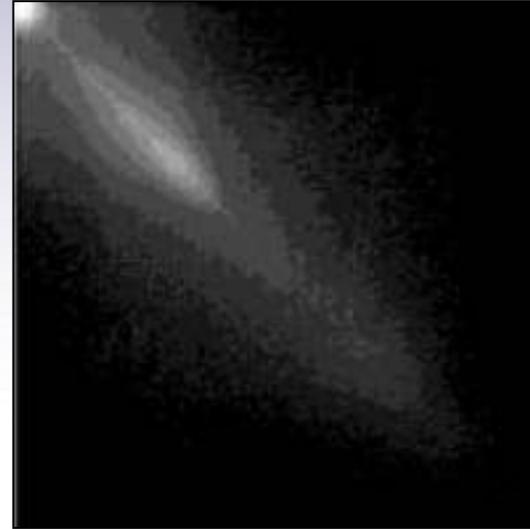


Entropia en el registro de imágenes

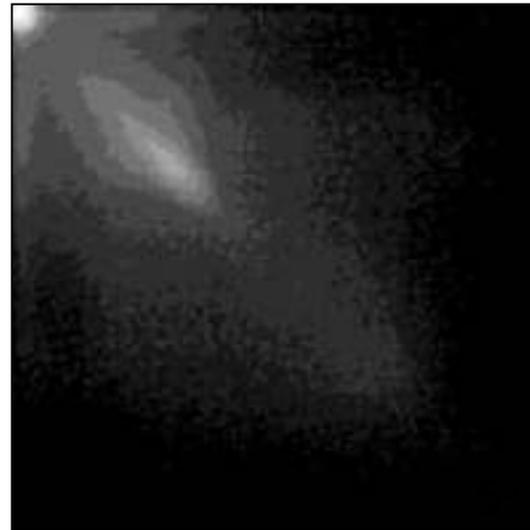
3.82



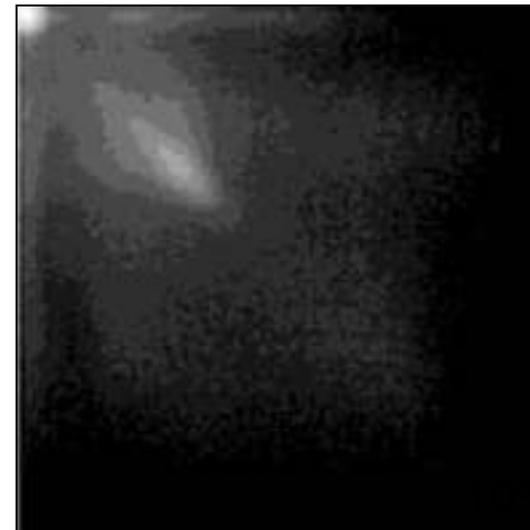
6.79



6.98



7.15





Entropía en el registro de imágenes

- Usando la entropía conjunta para el registro
 - Se define una entropía conjunta como:

$$H(A, B) = - \sum_{i,j} p(i, j) \cdot \log[p(i, j)]$$

- Las imágenes han sido registradas cuando una se transforma relativa a la otra de manera de minimizar la entropía conjunta
- En consecuencia la dispersión en el histograma conjunto será minimizada



Información mútua

- Tres definiciones se usan frecuentemente:
 - 1) $I(A,B) = H(B) - H(B|A) = H(A) - H(A|B)$
 - La información mutua es la cantidad en que la incertidumbre en B (o A) se reduce cuando A (o B) es conocida.
 - 2) $I(A,B) = H(A) + H(B) - H(A,B)$
 - Maximizar la información mutua es equivalente a minimizar la entropía conjunta
 - La ventaja de utilizar la información mutua sobre la entropía conjunta es que incluye la entropía individual de entrada de la imagen a registrar
 - Trabaja mejor que la entropía conjunta en regiones de fondo de la imagen (bajo contraste) donde existe baja entropía conjunta pero también es contrarrestado por bajas entropías individuales de manera tal que la información mutua es en efecto también baja

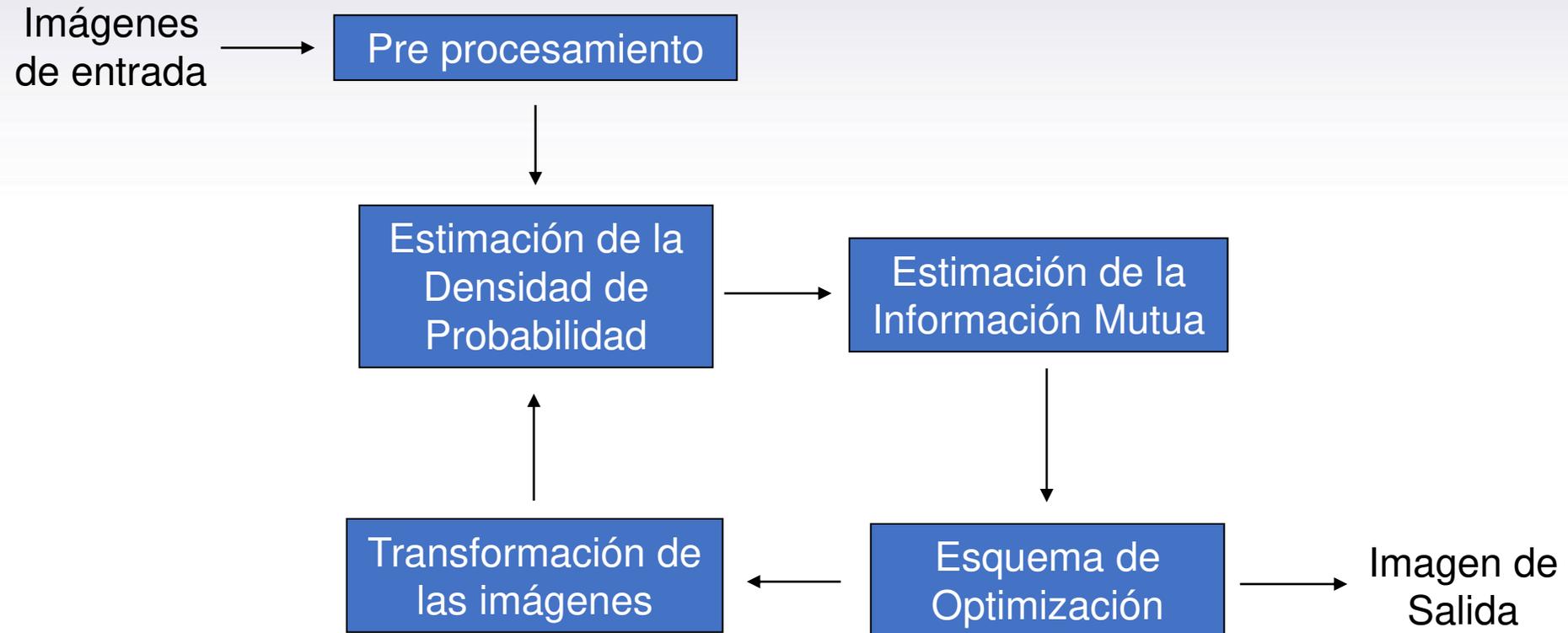


3)
$$I(A, B) = \sum_{a,b} p(a, b) \cdot \log \left(\frac{p(a, b)}{p(a) p(b)} \right)$$

- Esta definición está relacionada con la definición de distancia de Kullback-Leibler entre dos distribuciones
- Mide la dependencia de las dos distribuciones
- Para registro de imágenes $I(A, B)$ será máxima cuando las imágenes se encuentren alineadas
- En el caso de selección de características se escogen aquellas que minimizan $I(A, B)$ para asegurar que no están relacionadas.



Información mútua





Estimación de la densidad de probabilidad

- Calcular el histograma conjunto $h(a,b)$ de las imágenes
 - Cada valor corresponde al número de veces que la intensidad a en una imagen se corresponde con la intensidad b en la otra
- Otro método utiliza la ventana de Parzen

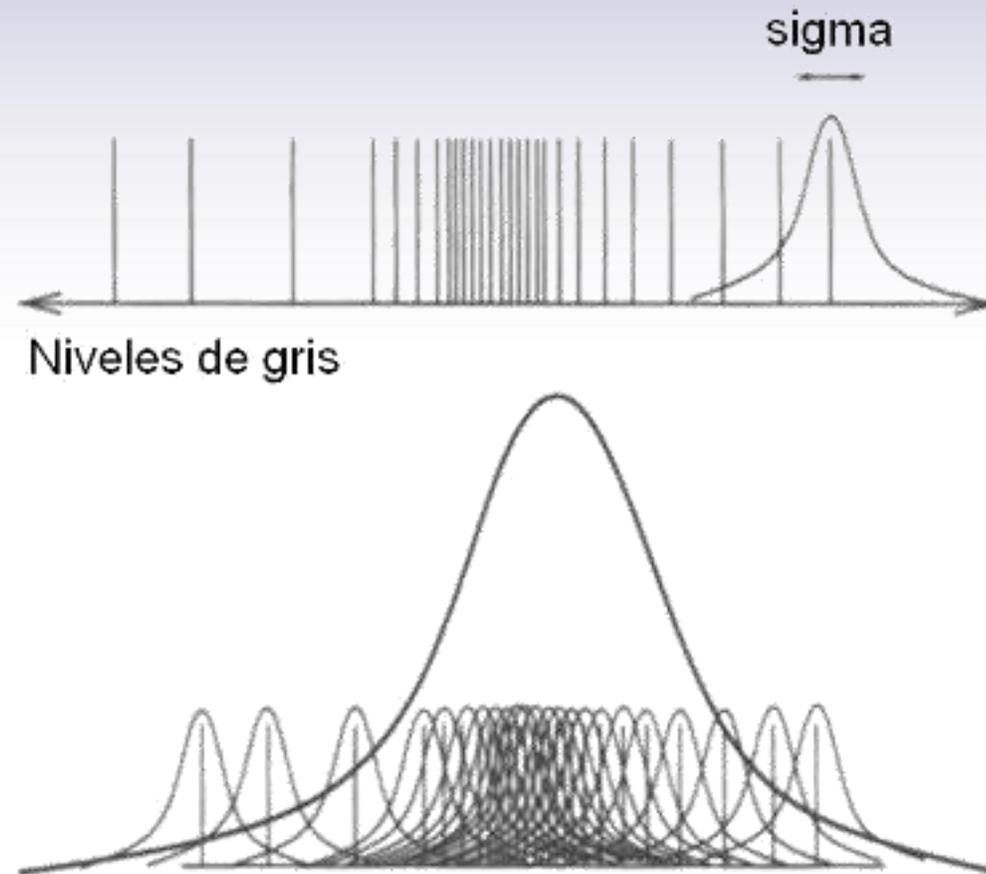
$$p(x) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{h^2} \Phi\left(\frac{x_i - x}{h}\right)$$

- La distribución se aproxima por un promedio ponderado de puntos de muestra S_x y S_y
 - La ponderación se hace con una ventana Gaussiana

$$P(x, y, S_x, S_y) = \frac{1}{N} \sum_S W(\text{Dist}(x, y; S_x, S_y))$$

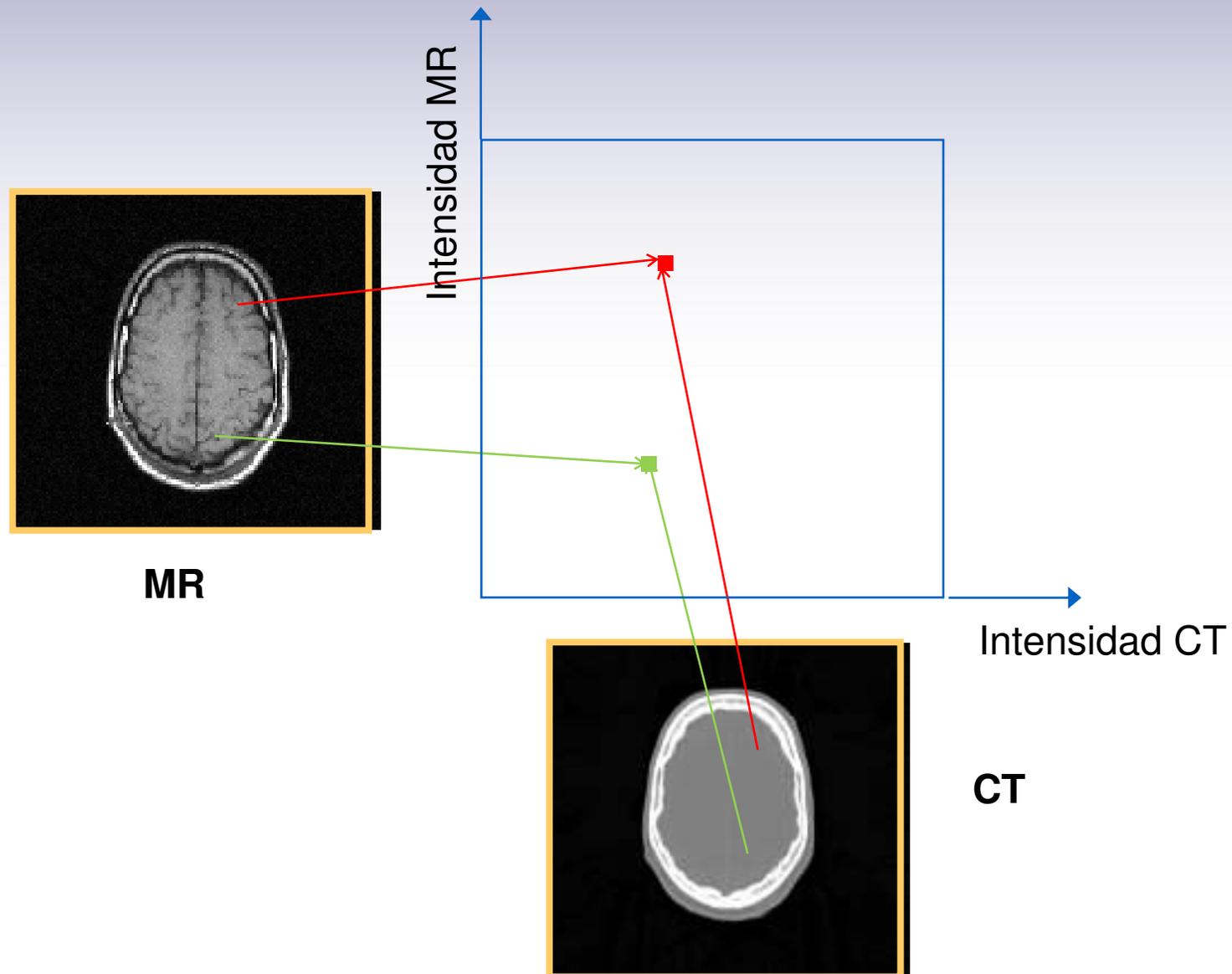


Estimación de la densidad de probabilidad



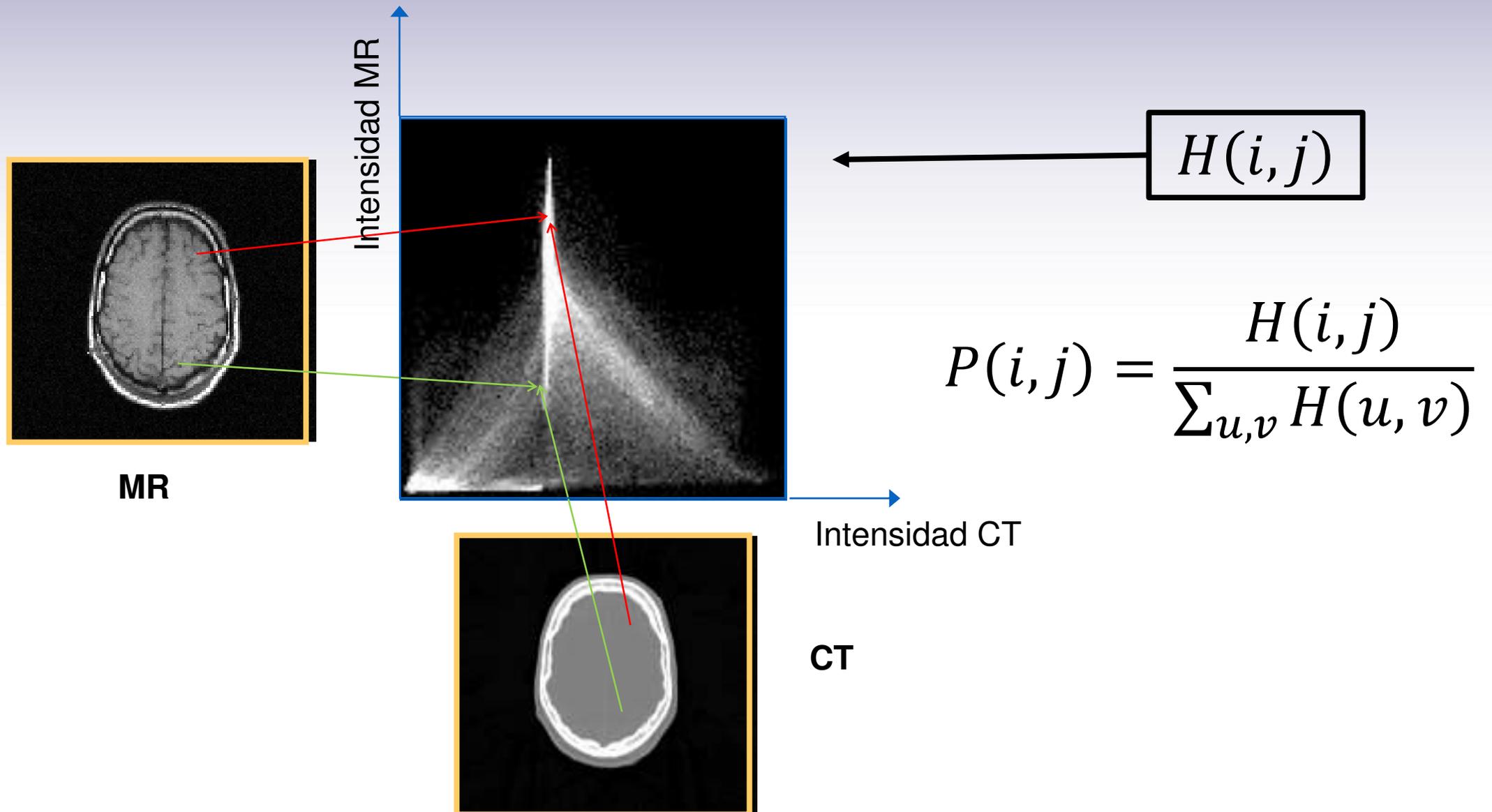


Probabilidad conjunta



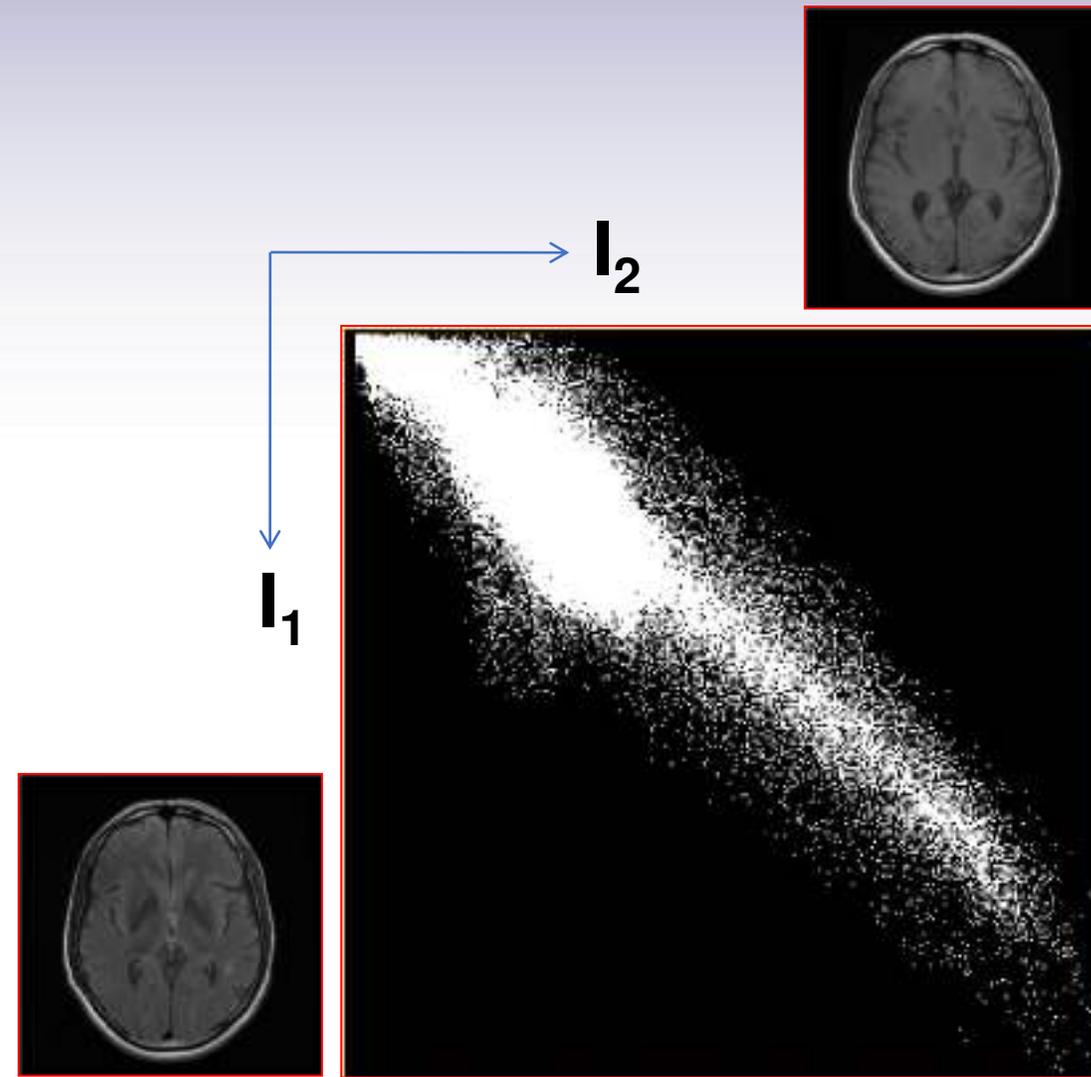


Probabilidad conjunta



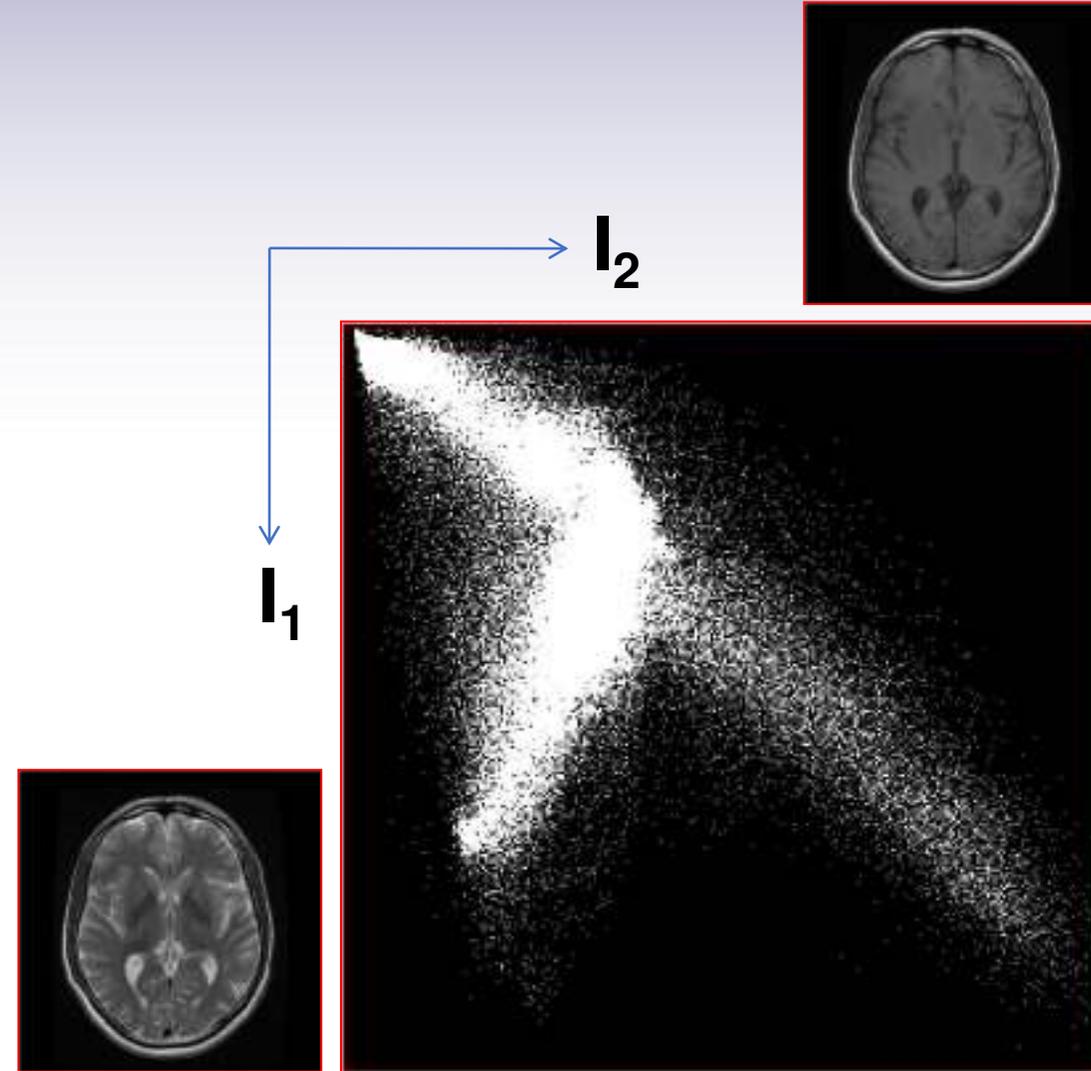


Histograma conjunto



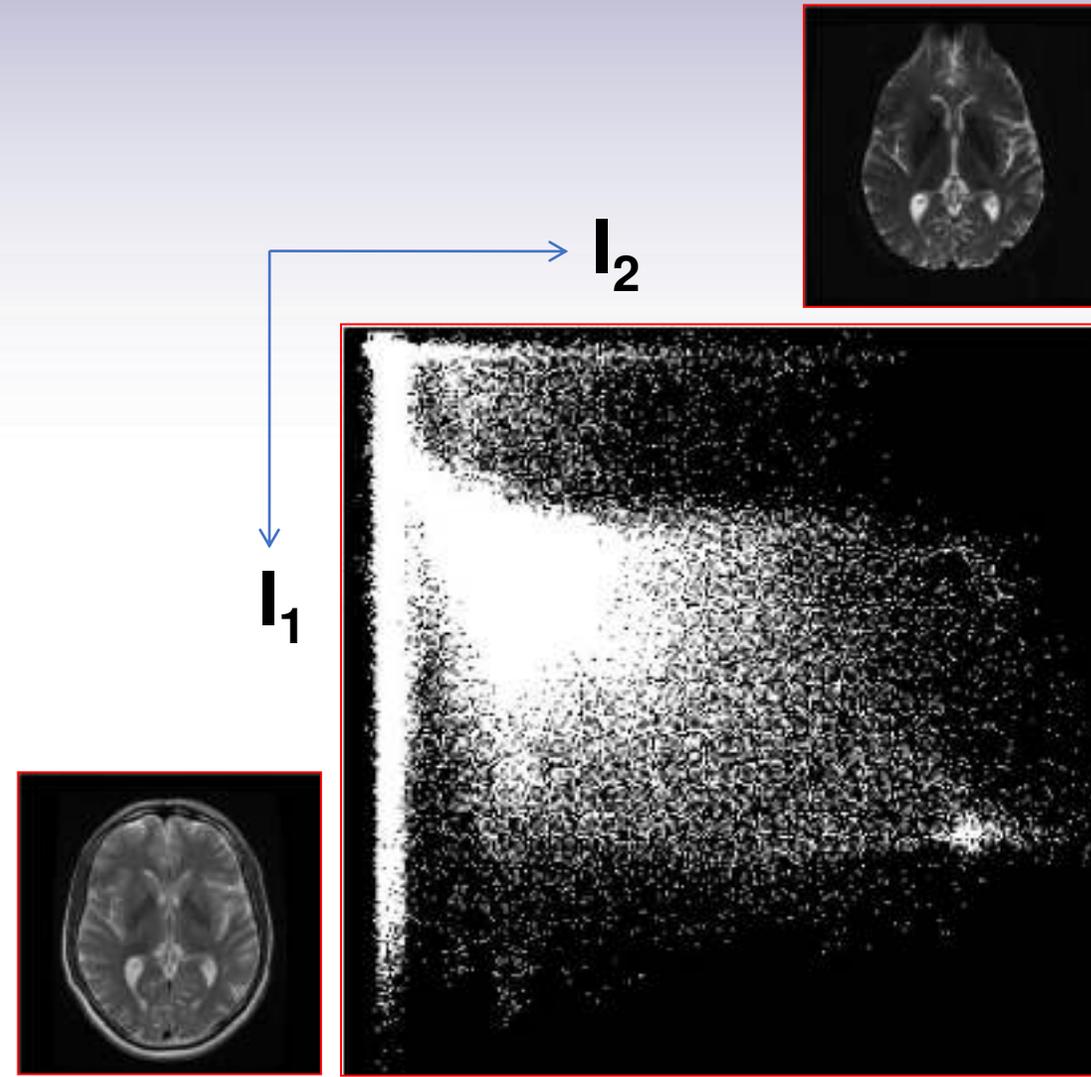


Histograma conjunto



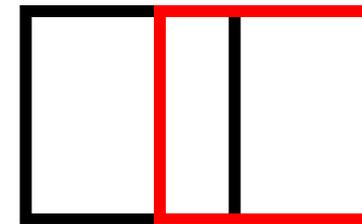
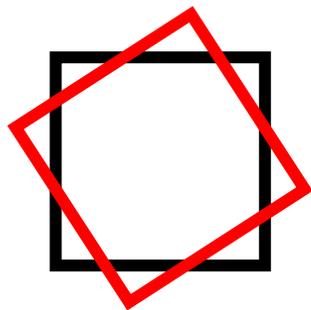
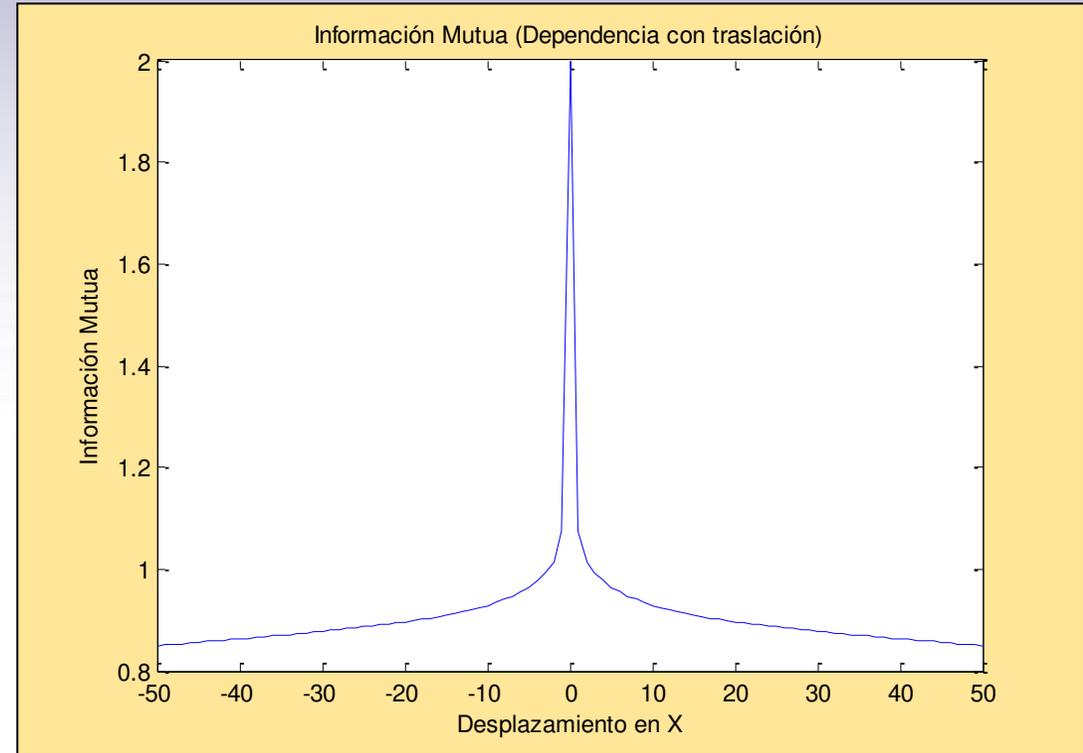
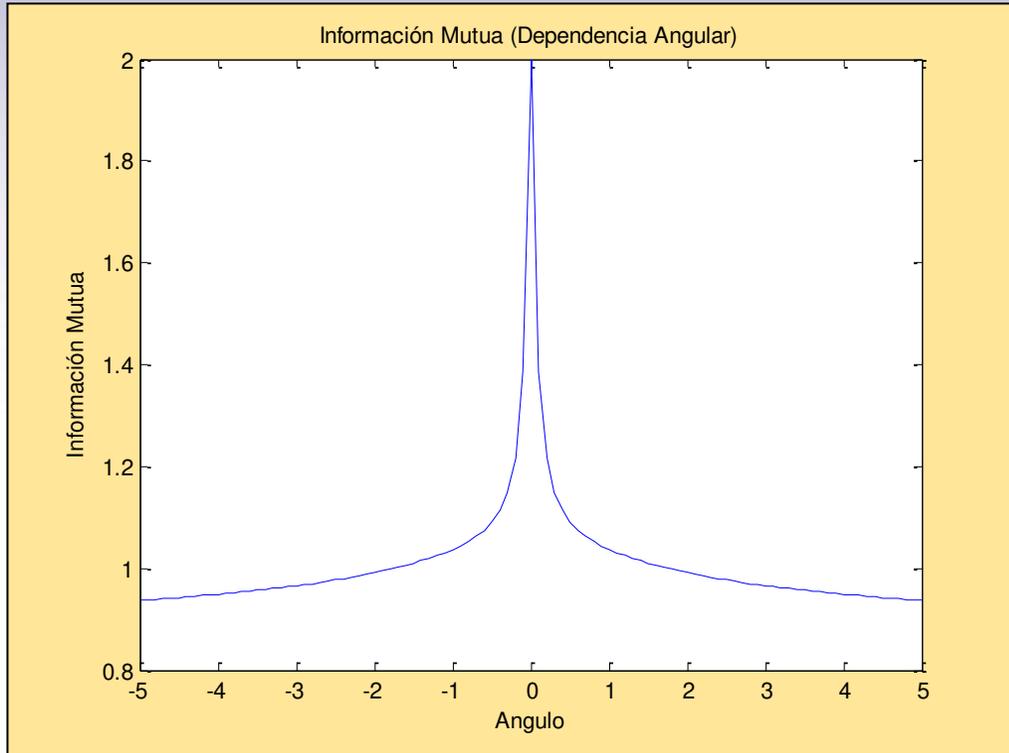


Histograma conjunto



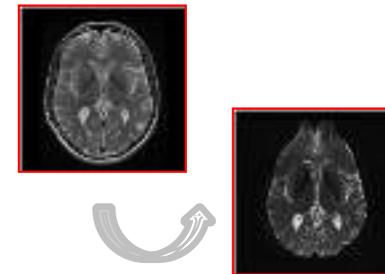
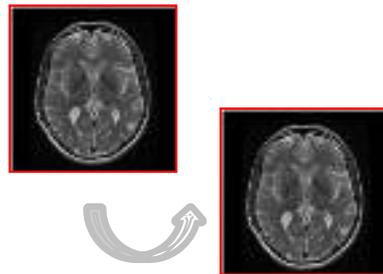
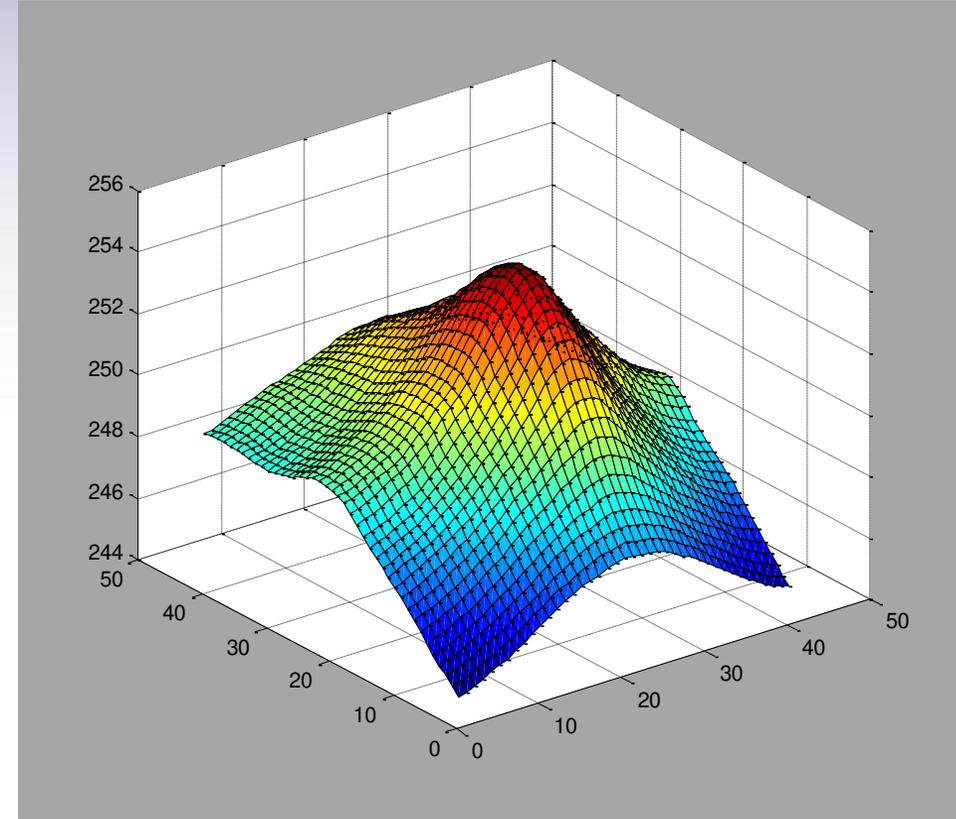
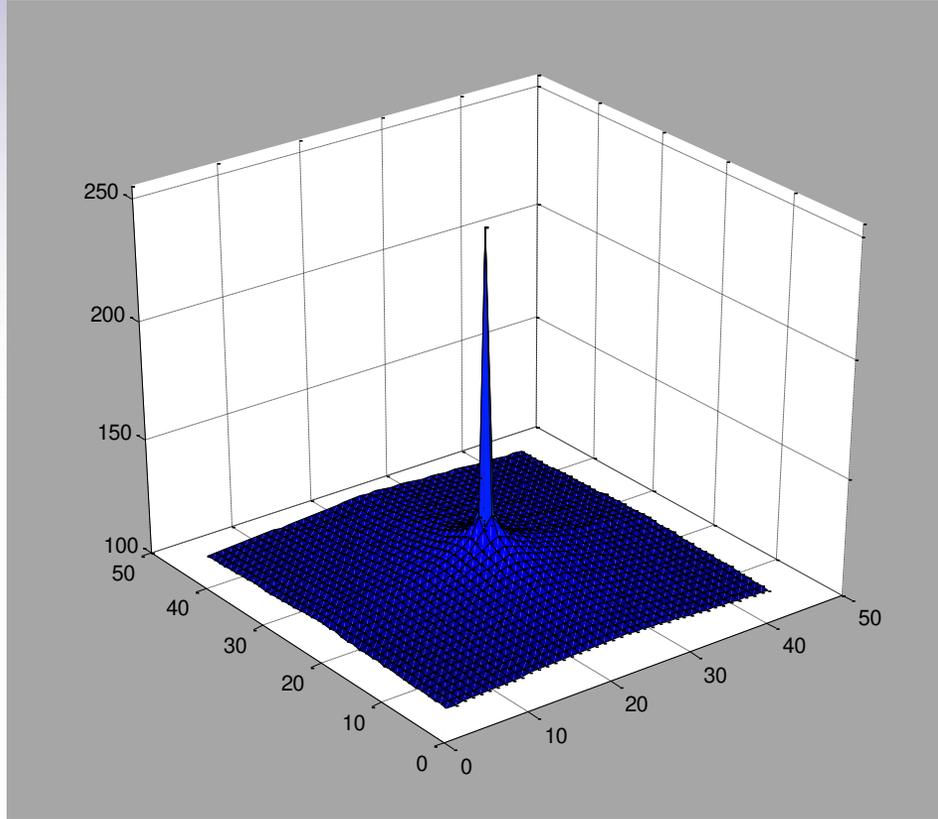


Registro con información mutua





Registro con información mutua





Distancia entre imágenes (espacio de información)

Distancia de Kullback-Leibler (KLD)

$$D(P_o^T \parallel \hat{P}) = \sum_{i,j} P_o^T(i,j) \log \left(\frac{P_o^T(i,j)}{\hat{P}(i,j)} \right)$$

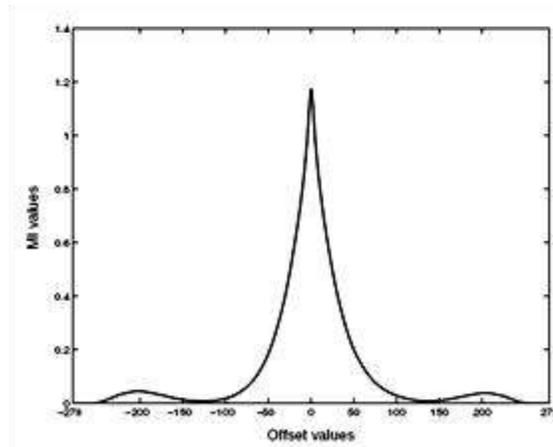
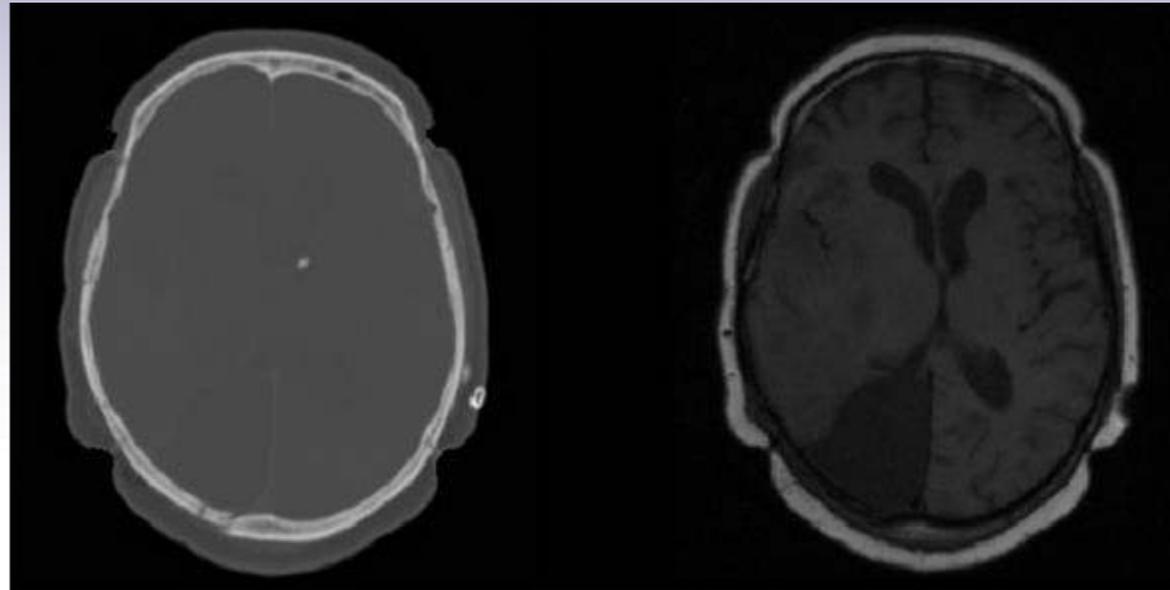
$$D(P_o^T \parallel \hat{P}) \geq 0$$

\hat{P} es la distribución conjunta esperada de intensidades de imagen. Se puede obtener mediante alineación de imágenes por el médico experto o por segmentación de estructuras anatómicas internas.

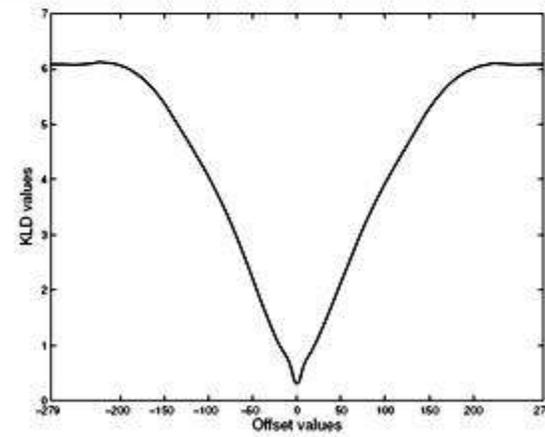
P_o^T es la distribución conjunta observada de intensidades de imagen al realizar la transformación T.



Distancia entre imágenes (espacio de información)

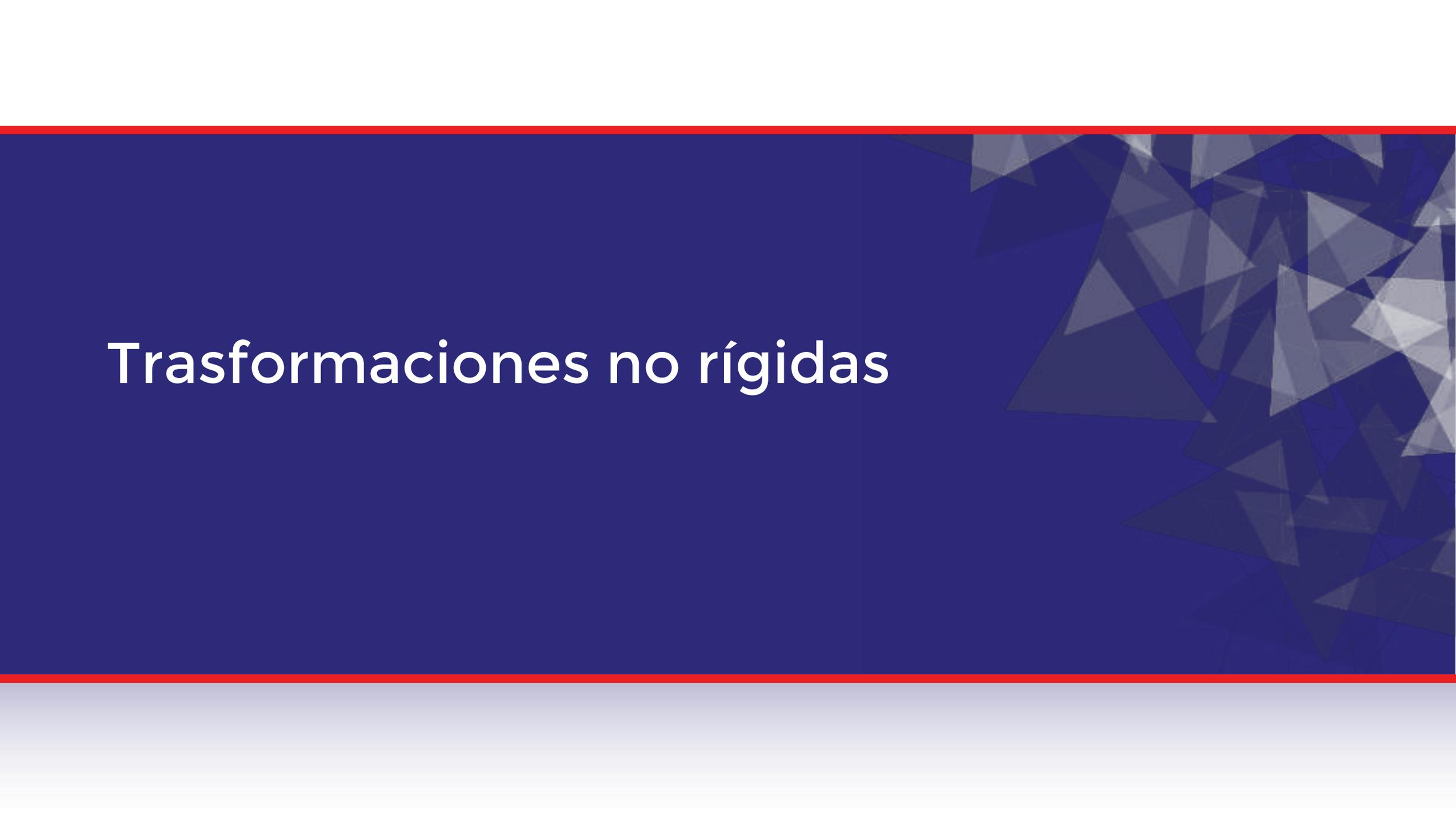


MI



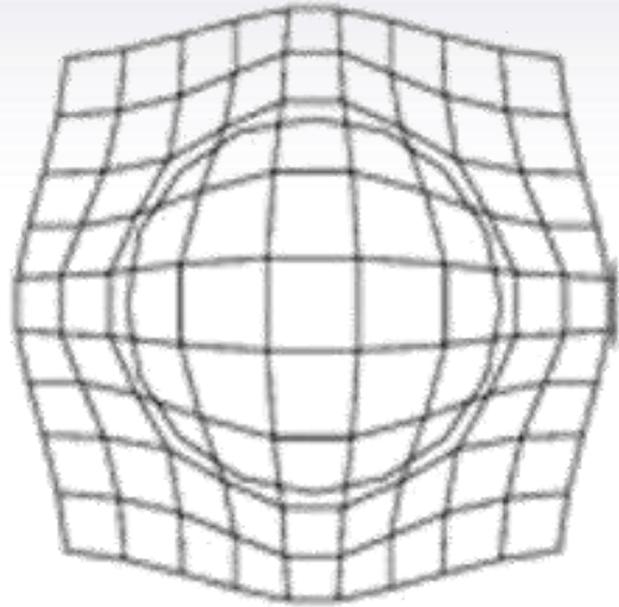
KLD

Trasformaciones no rígidas





Transformaciones no rígidas



Transformación
Rígida



Deformación
Elástica

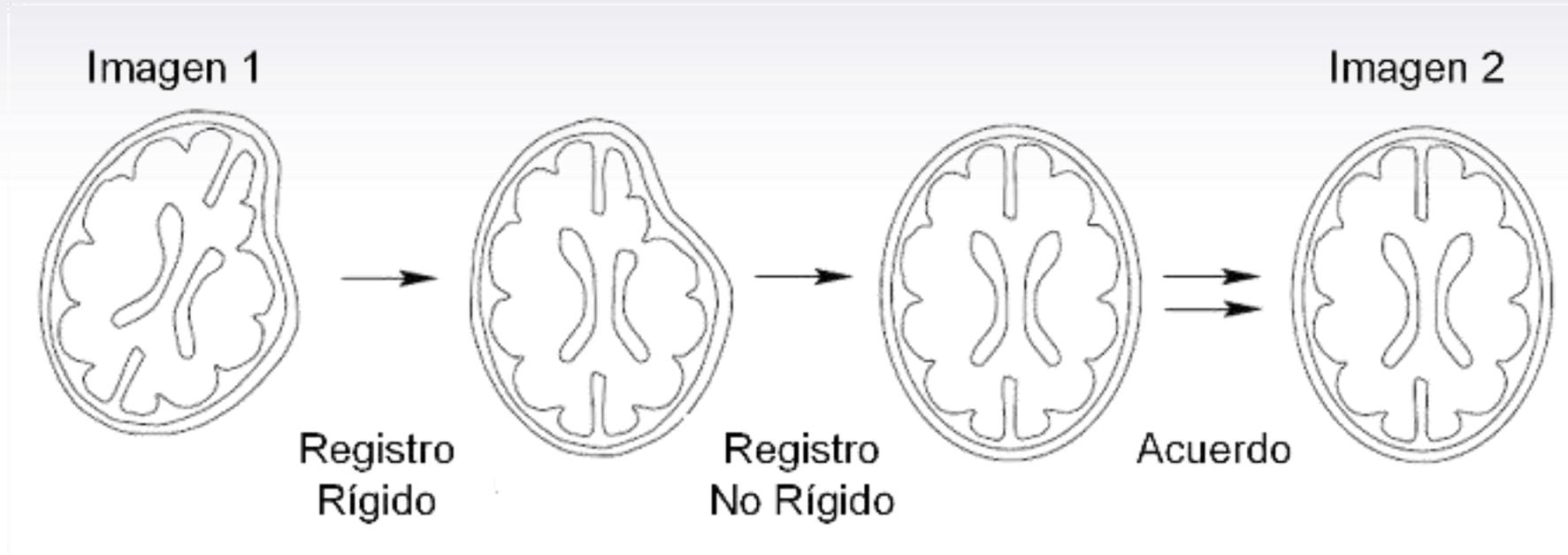


Deformación
Libre





Transformaciones no rígidas





Modelos paramétricos

Transformaciones utilizando polinomios. Transformación cuadrática:

$$\tilde{T}(x, y, z) = \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{00} & \dots & a_{08} & a_{09} \\ a_{10} & \dots & a_{18} & a_{19} \\ a_{20} & \dots & a_{28} & a_{29} \\ 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x^2 \\ y^2 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}$$

presenta 30 DOF (Degrees Of Freedom). Para orden 3 (60 DOF), orden 4 (105 DOF) y orden 5 (168 DOF)-

Transformaciones utilizando funciones de base.

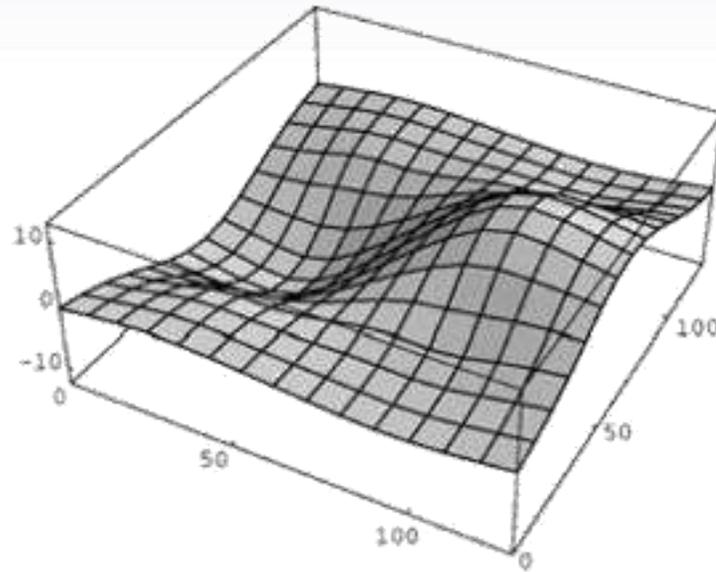
$$\tilde{T}(x, y, z) = \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{00} & \dots & a_{0n} \\ a_{10} & \dots & a_{1n} \\ a_{20} & \dots & a_{2n} \\ 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1(x, y, z) \\ \vdots \\ \theta_n(x, y, z) \\ 1 \end{bmatrix}$$



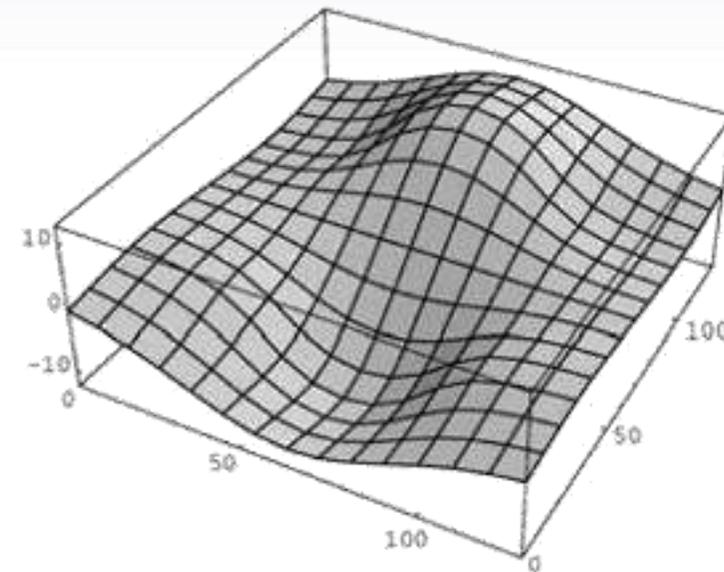
Modelos paramétricos

Transformaciones mediante Splines. Thin-Plate Splines.

$$T(\phi_i) = \phi_i' \quad i=1, \dots, n$$



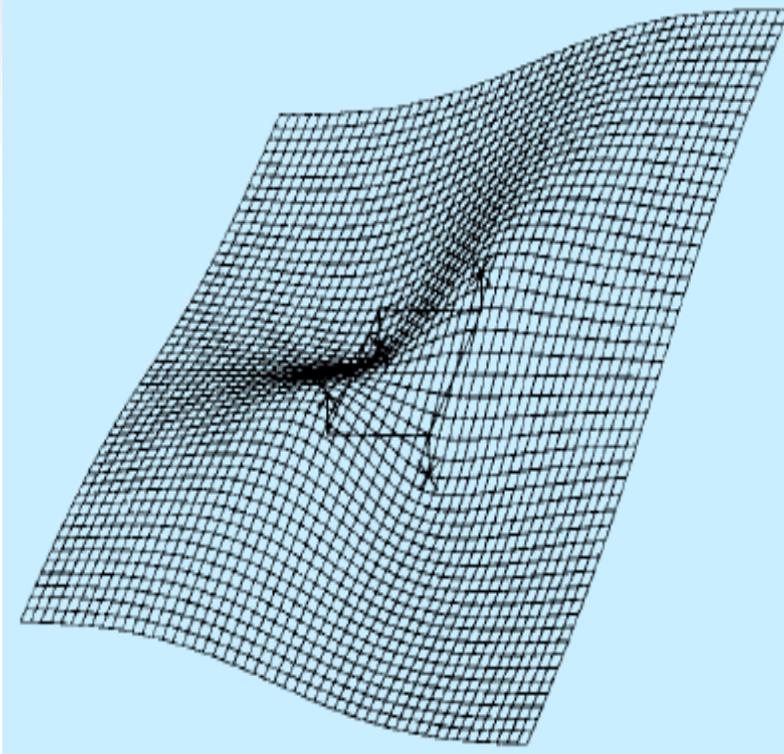
(a)



(b)



Modelos paramétricos



$$z(x, y) = \sum_{k=1}^4 U(|(x, y) - D_k|)$$

Los D_k son las esquinas $(1, 0)$, $(0, 1)$, $(-1, 0)$, $(0, -1)$ del cuadrado



Modelos paramétricos

$$T(\phi_i) = \phi_i' \quad i = 1, \dots, n$$

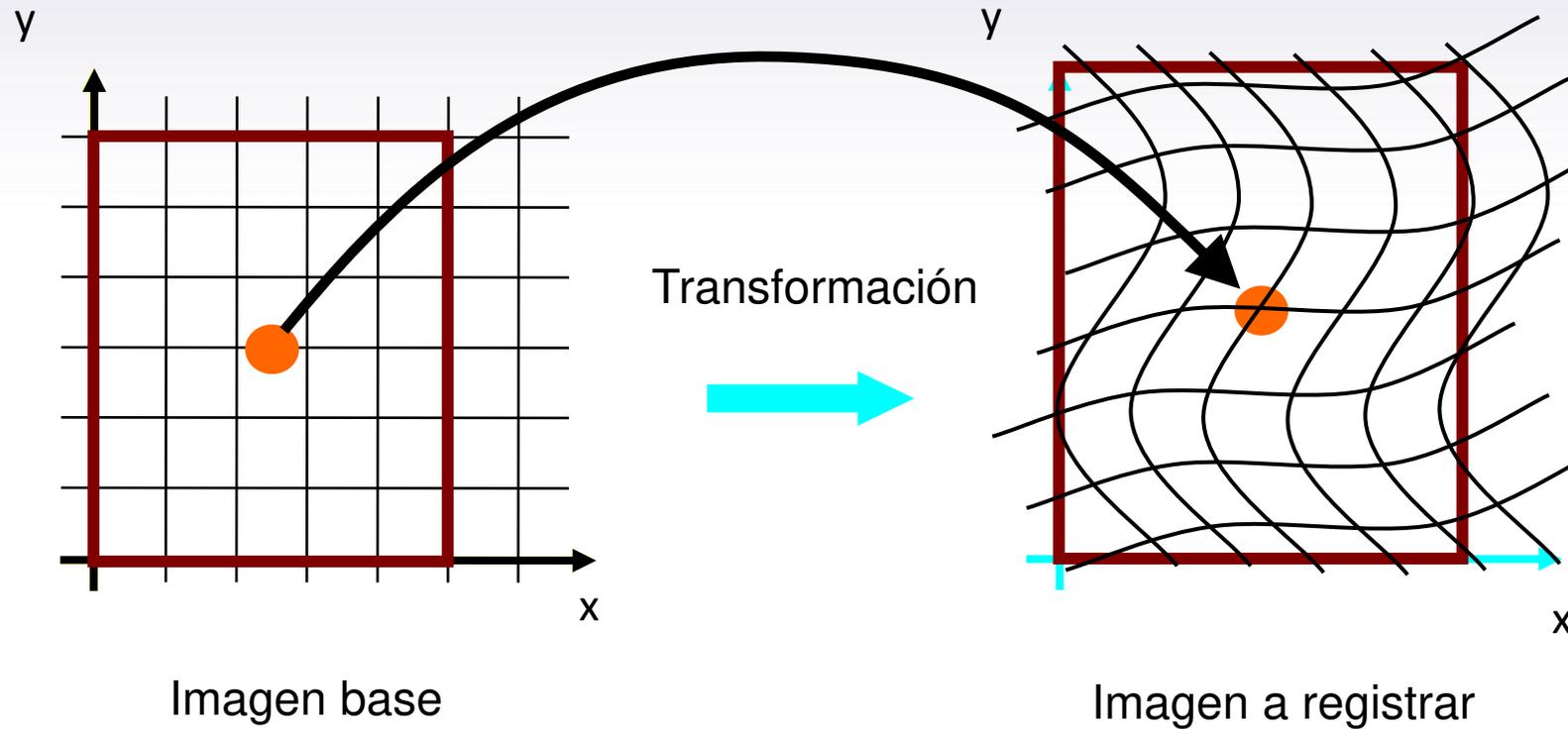
$$t_i(x, y, z) = a_{1i} + a_{2i}x + a_{3i}y + a_{4i}z + \sum_{j=1}^n b_{ji} U_i \left(\left| \vec{\phi}_j - (x, y, z) \right| \right)$$

$$T = (t_1, t_2, t_3)^\dagger, \quad \tilde{a} \ (4 \times 3), \quad \tilde{b} \ (n \times 3)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{U} & \tilde{\Phi} \\ \tilde{\Phi}^\dagger & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{b} \\ \tilde{a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\Phi}' \\ 0 \end{bmatrix}$$

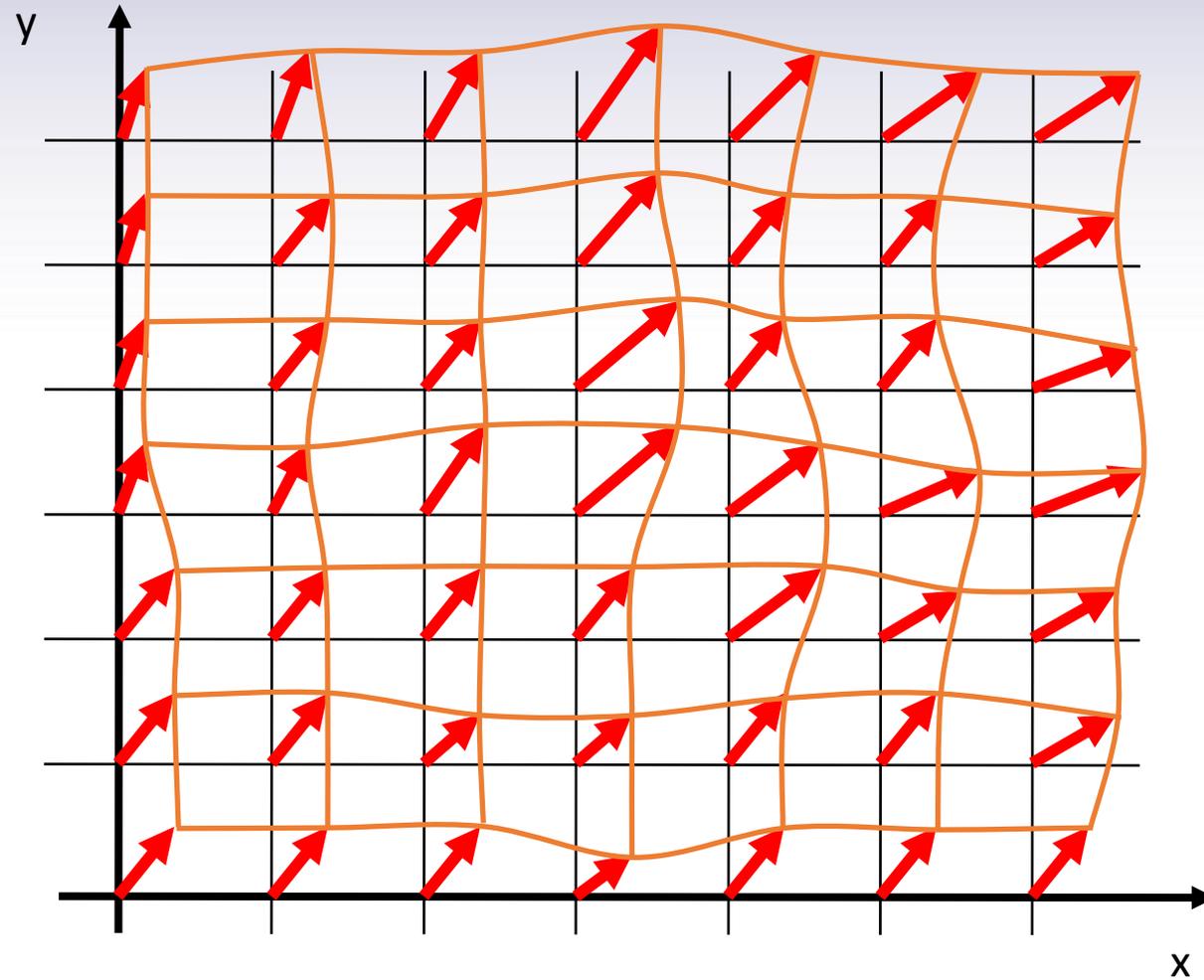


Modelos deformables



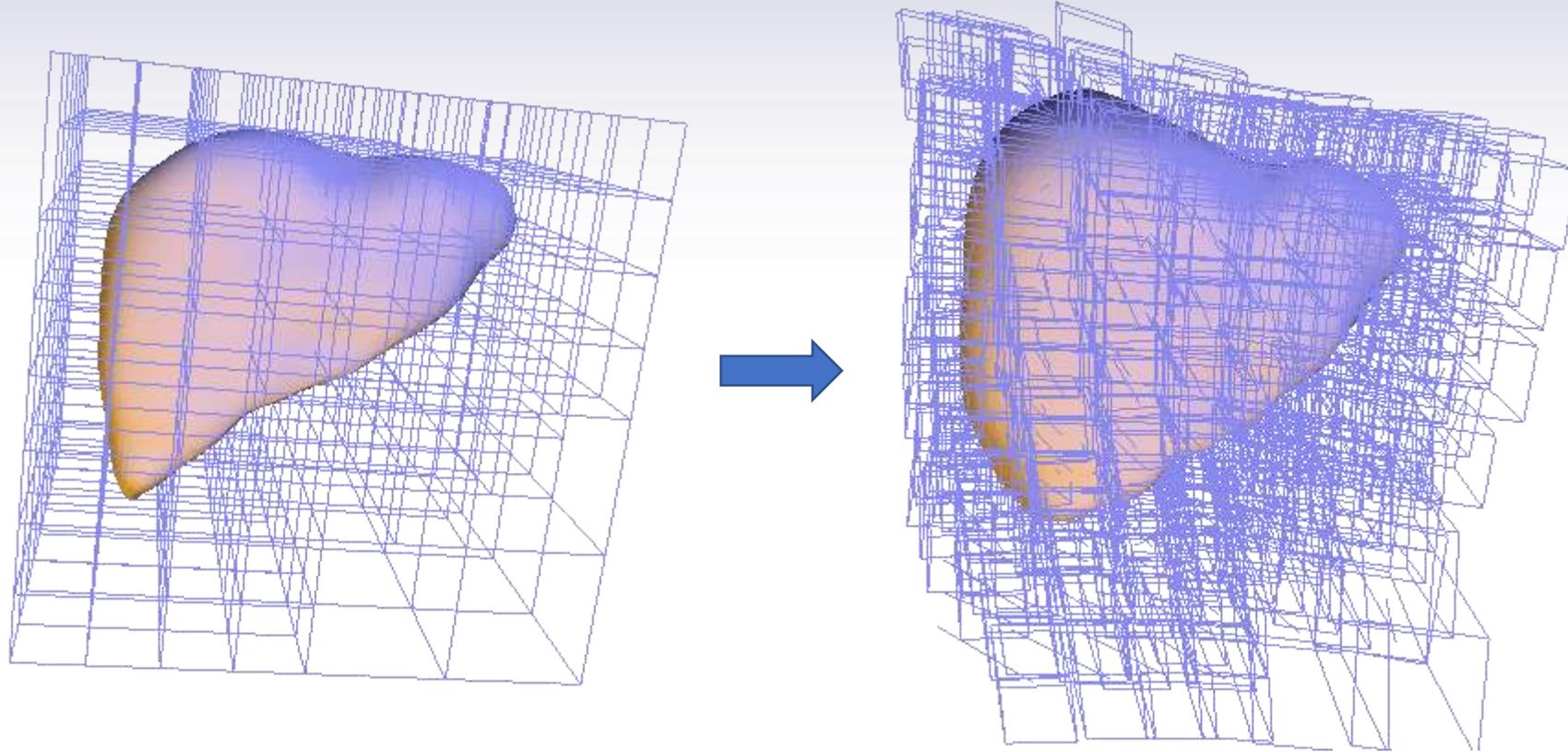


Modelos deformables





Modelos deformables





Transformación deformable

1. Deformación de un objeto elástico bajo la acción de un campo externo de fuerzas. Ecuación elástica lineal de Navier.

$$\mu \nabla^2 \vec{u} + (\lambda + \mu) \nabla (\nabla \cdot \vec{u}) + \vec{f} = 0$$

donde \vec{u} es el campo de deformación, λ y μ son constantes elásticas (coeficientes de Lamé), relacionadas con el módulo de Young (E) y el cociente de Poisson (ν) y \vec{f} es la fuerza externa aplicada.

$$E = \frac{\mu (3\lambda + 2\mu)}{\lambda + \mu} \quad \nu = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)}$$

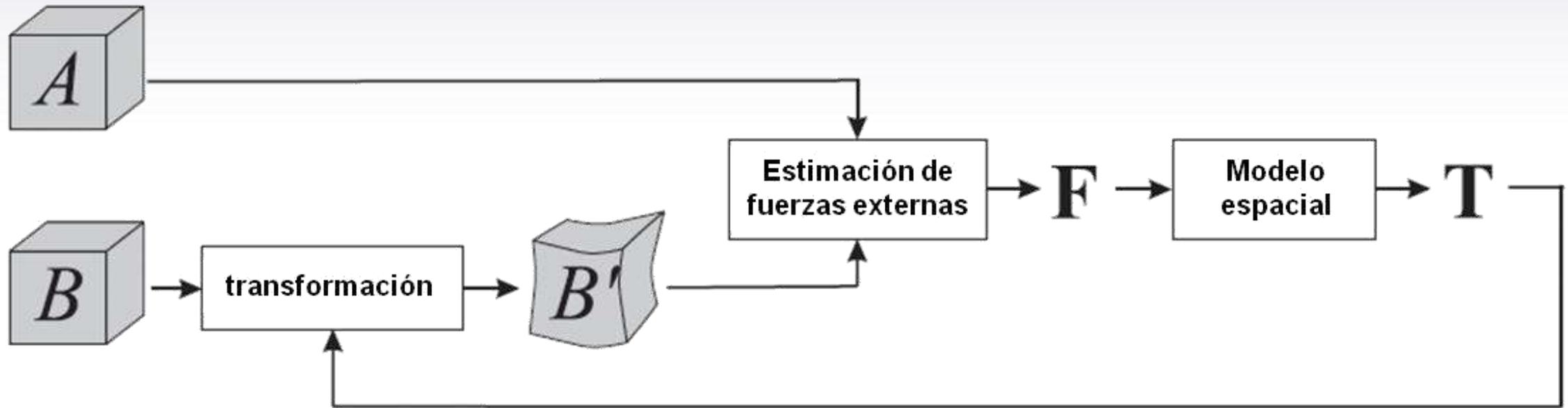
2. Modelo de líquido viscoso. Ecuación de Navier-Stokes.

$$\mu \nabla^2 \vec{v} + (\lambda + \mu) \nabla (\nabla \cdot \vec{v}) + \vec{f} = 0, \quad \vec{v} = \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \vec{u}$$

donde \vec{v} es la velocidad, λ y μ son constantes relacionadas con la viscosidad del fluido y \vec{f} es la fuerza externa aplicada.

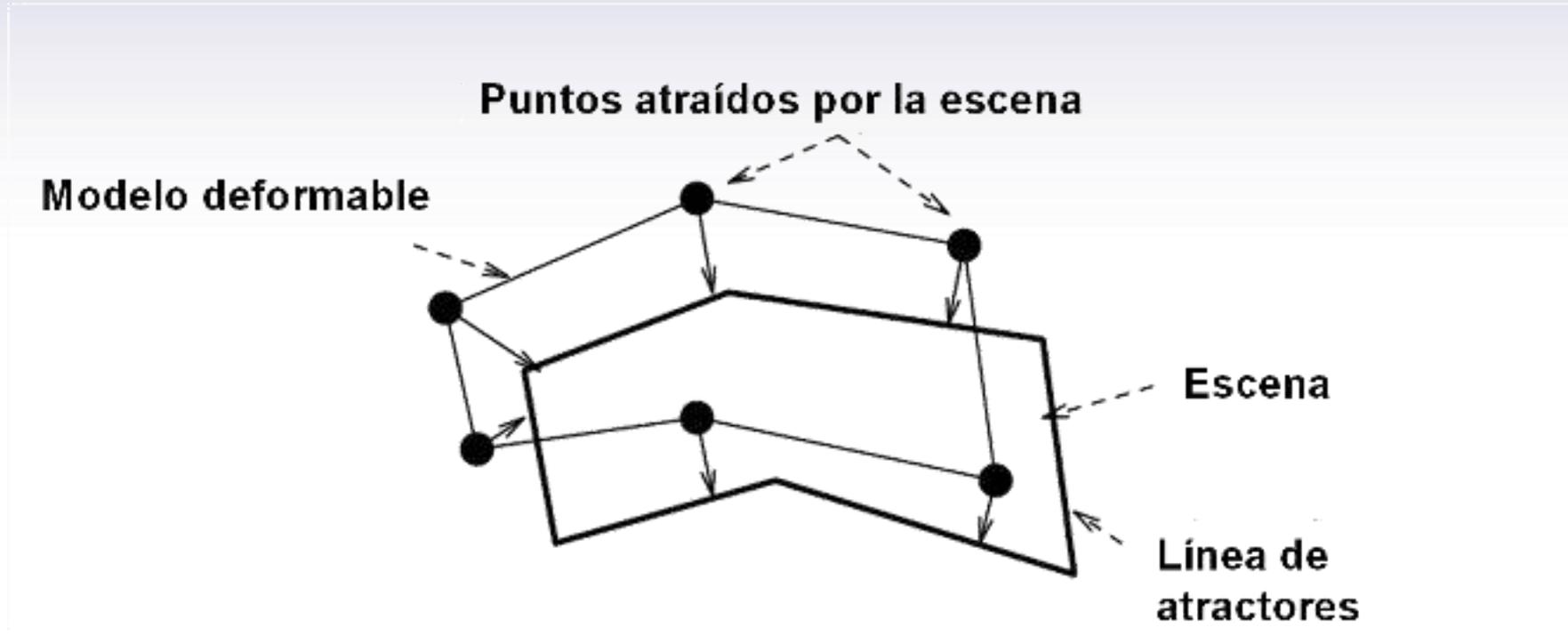


Transformación deformable





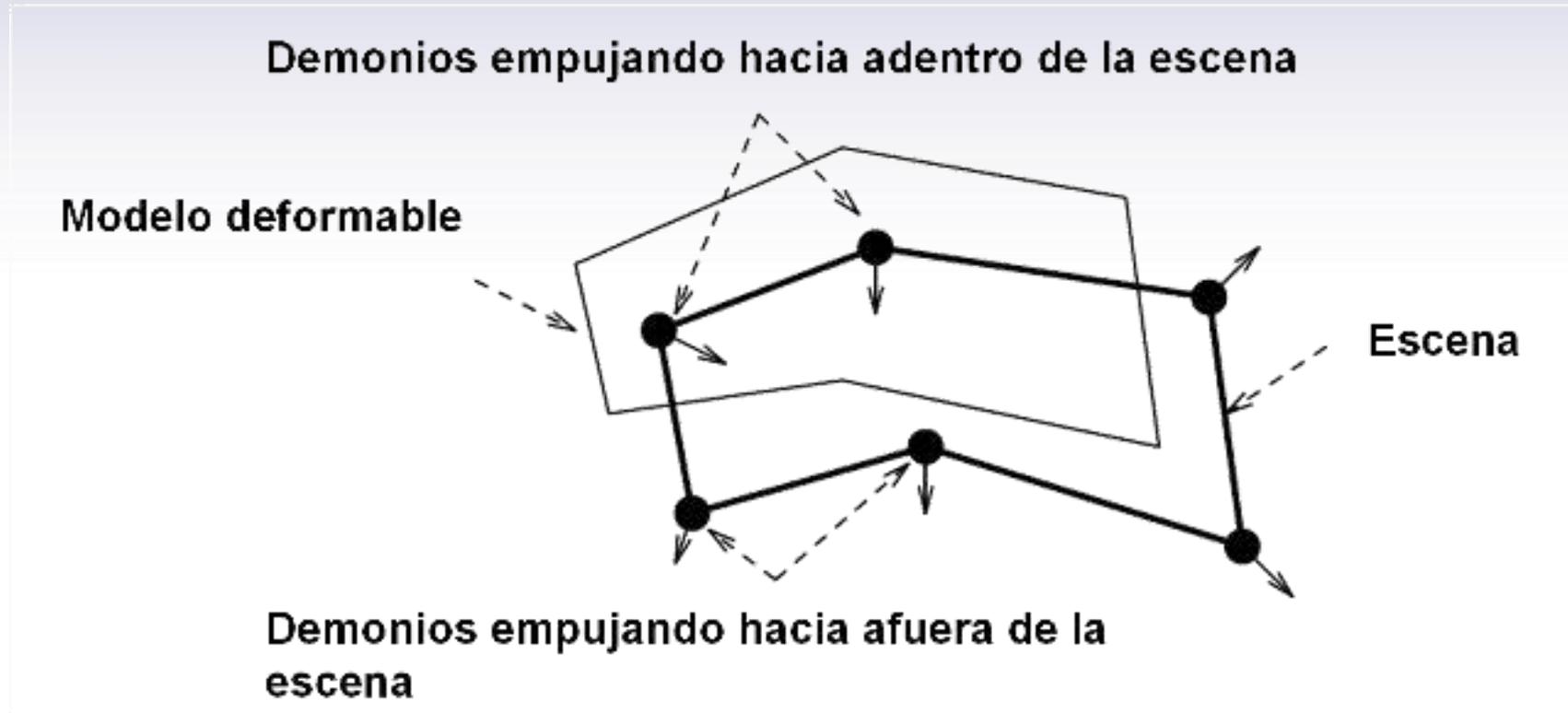
Atractores y Demons



Jean-Phillipe Thirion, Fast Non-Rigid Matching of 3D Medical Images. INRIA Research Report. 2547, 1995.



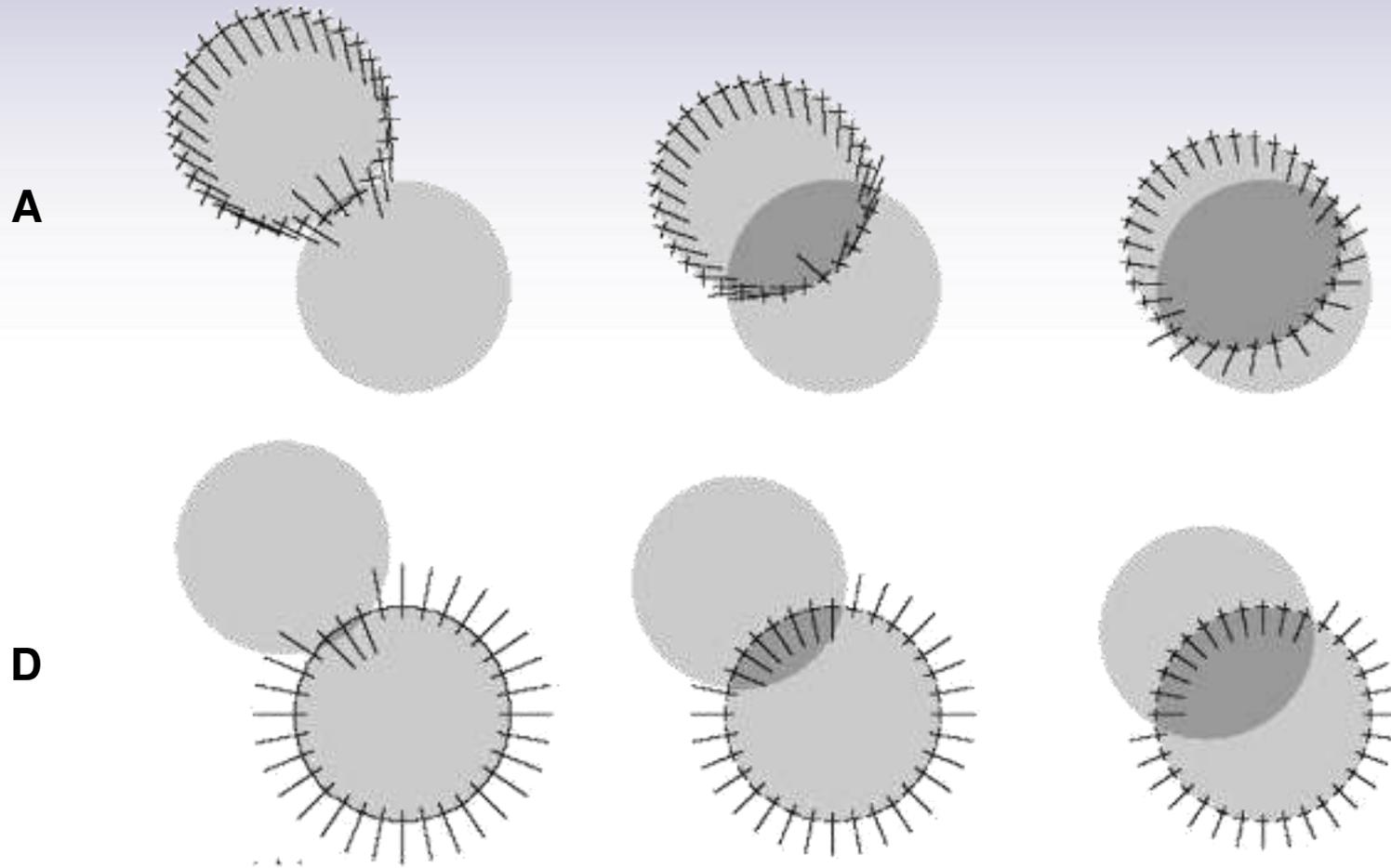
Atractores y Demons



Jean-Phillipe Thirion, Fast Non-Rigid Matching of 3D Medical Images. INRIA Research Report. 2547, 1995.

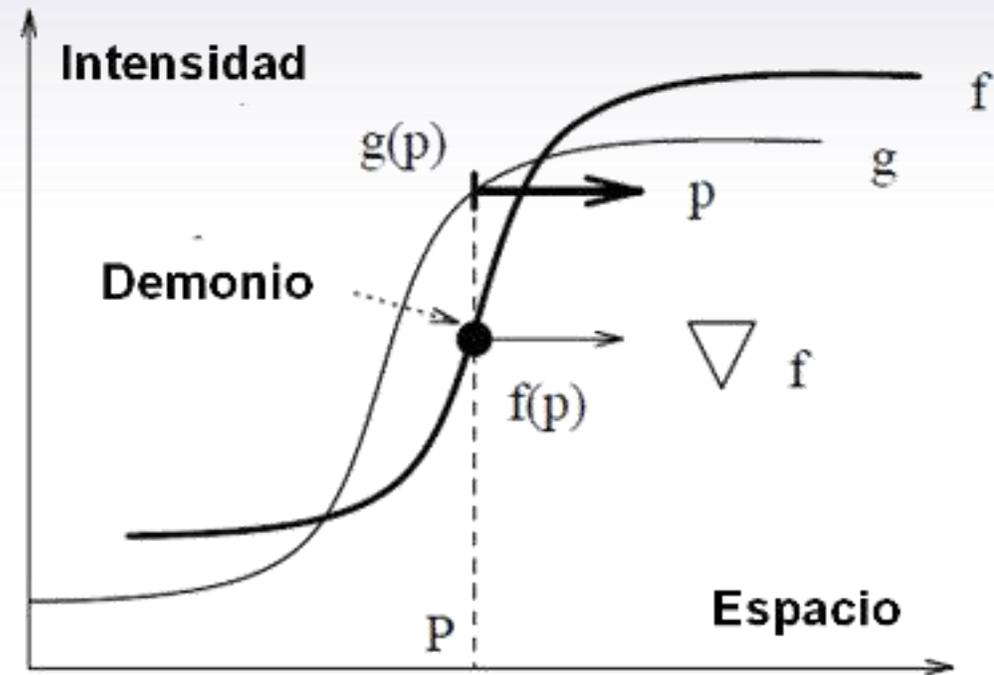
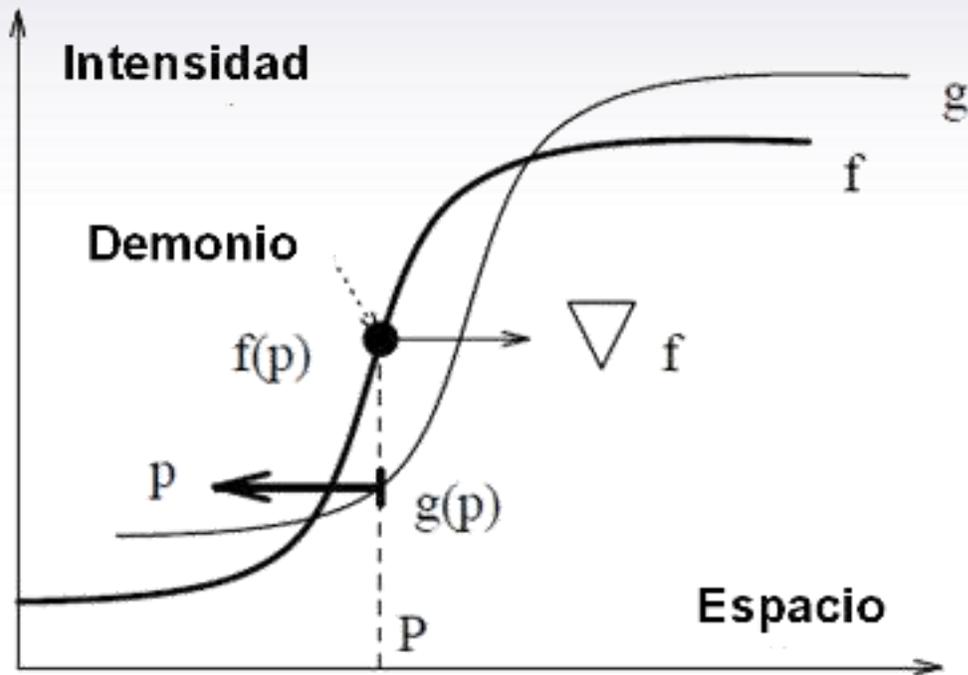


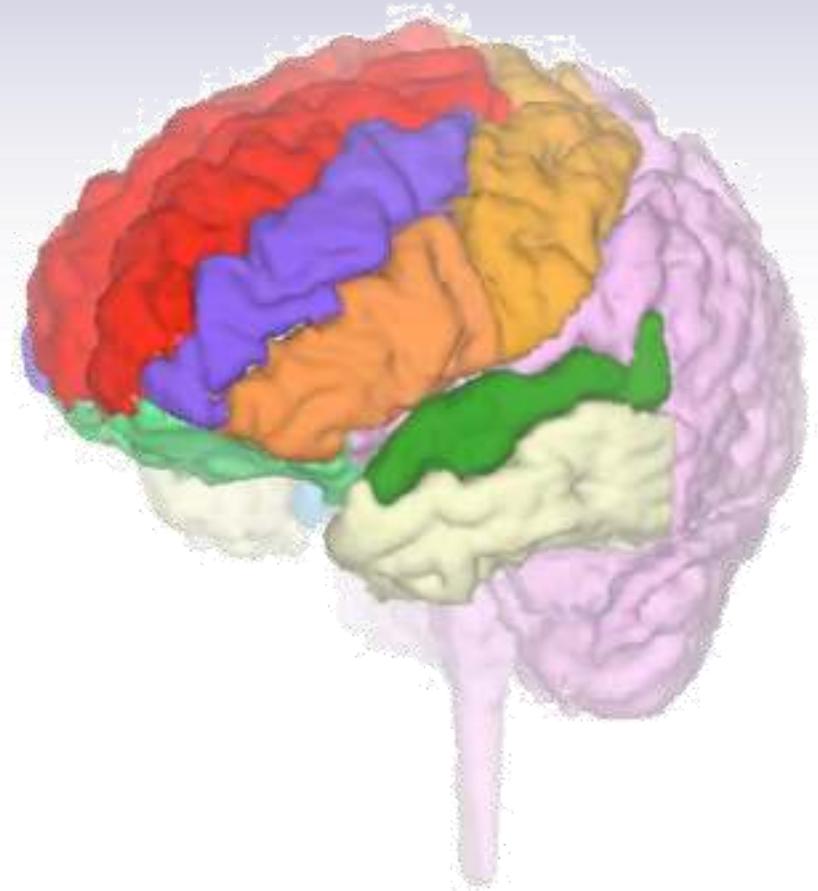
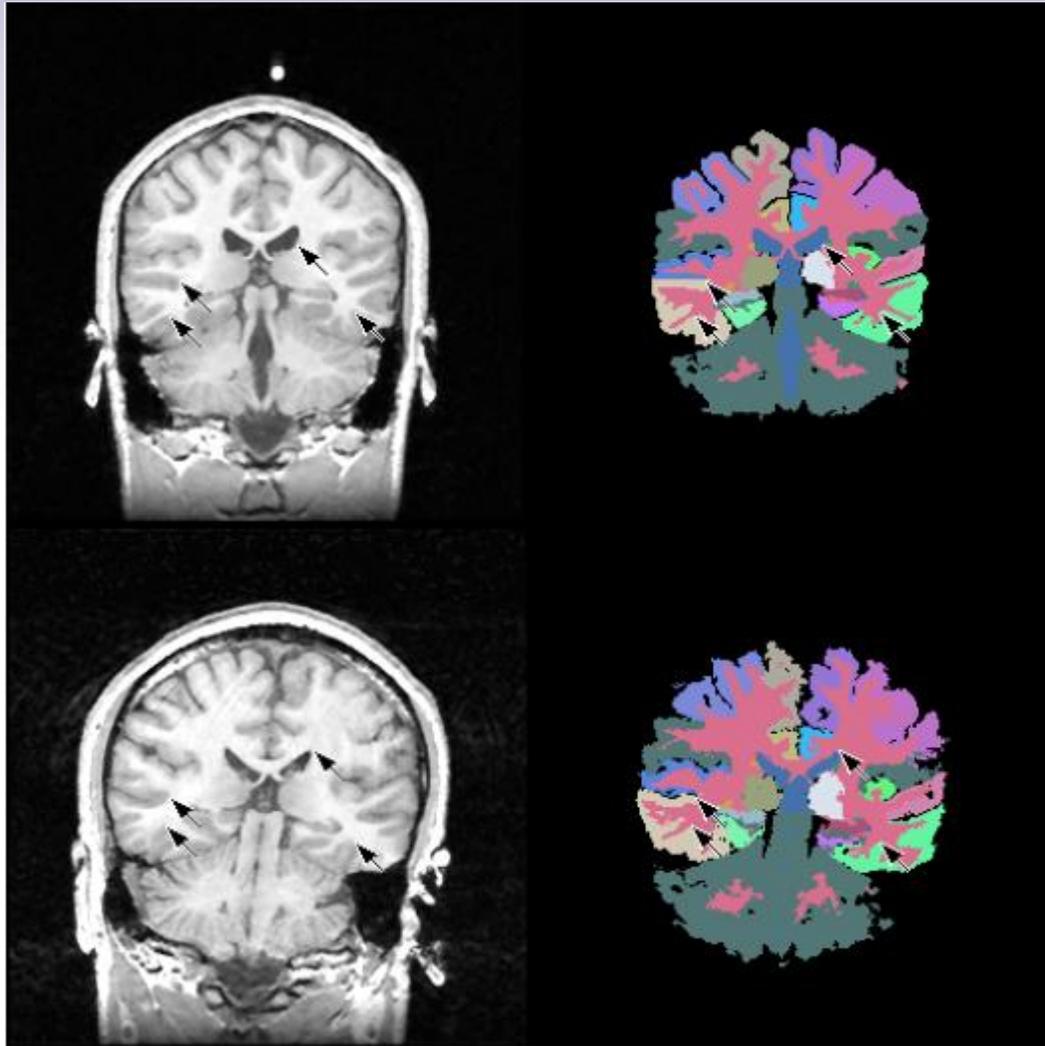
Atractores y Demons





Atractores y Demons







<http://laconga.redclara.net>



contacto@laconga.redclara.net



lacongaphysics



Latin American alliance for
Capacity building in Advanced physics

LA-CoNGA physics



Cofinanciado por el
programa Erasmus+
de la Unión Europea

El apoyo de la Comisión Europea para la producción de esta publicación no constituye una aprobación del contenido, el cual refleja únicamente las opiniones de los autores, y la Comisión no se hace responsable del uso que pueda hacerse de la información contenida en la misma.