

Módulo de Instrumentación 2024

Sub-módulo de Sistemas Complejos

Clase 19: Introducción a los sistemas complejos.

Clase 20: Explorando sistemas no lineales.

Clase 21: Límites de la predicción.

Clase 22: El péndulo doble (práctica).

Clase 23: El circuito de Chua (práctica).



Latin American alliance for
Capacity buildi**NG** in Advanced physics
LA-CoNGA physics



Cofinanciado por el
programa Erasmus+
de la Unión Europea



Clase 19: Introducción a los Sistemas Complejos

Mario Cosenza



Latin American alliance for
Capacity buildi**NG** in Advanced physics
LA-CoNGA physics



Cofinanciado por el
programa Erasmus+
de la Unión Europea



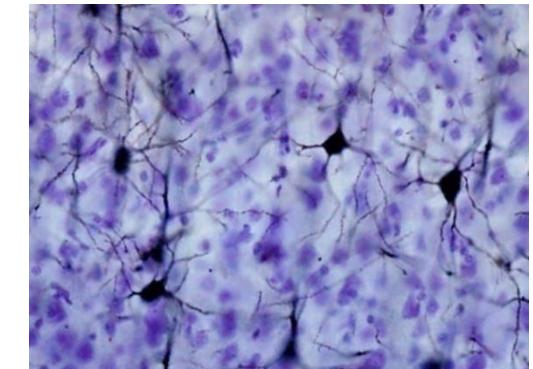
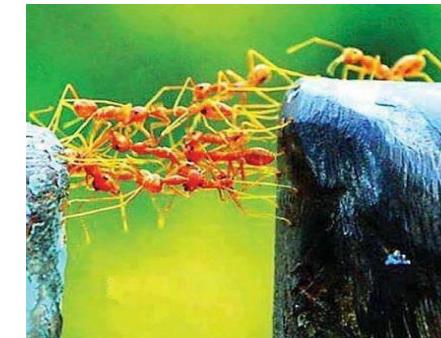
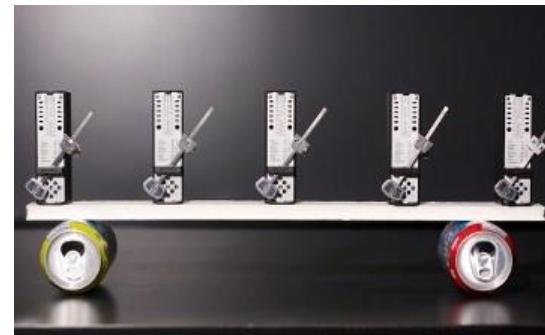


Sistemas complejos

(Siglo XXI) Sistema complejo: conjunto de elementos interactivos cuyo comportamiento colectivo (estructuras, funcionalidad, organización) no puede ser descrito a partir del comportamiento de los elementos aislados; **emerge** de sus interacciones → **No linealidad**.

Ejemplos: osciladores acoplados, colonias de insectos, cardúmenes, bandadas de pájaros, tráfico, sistemas ecológicos, sistemas fisiológicos, clima, economía, sistemas sociales, cerebro. → **Interdisciplinariedad**.

Comportamientos colectivos comunes: sincronización (coherencia), formación de patrones espaciotemporales, auto-organización, adaptación, transición orden-desorden, fases, red de conectividad → **Universalidad**.

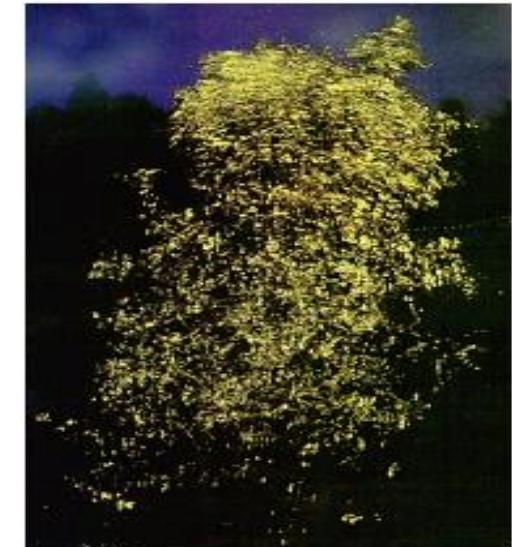
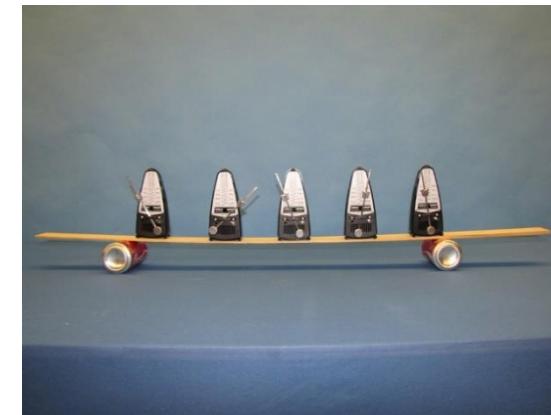
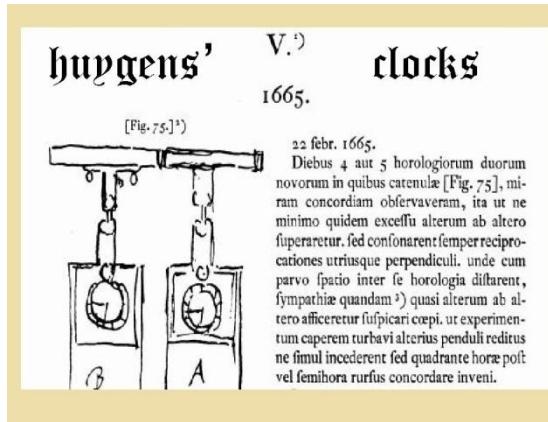




Sincronización: ejemplo de comportamiento colectivo universal

Sistema de elementos interactivos. $i = 1, \dots, N$ $x_t(i) =$ estado de elemento i en tiempo t .

Sincronización: $x_t(i) = x_t(j)$, $\forall i, j$ sostenido en el tiempo.





Características de sistemas complejos



"There are mechanisms that lead to collective organization emerging from the disordered individual behavior".

Thomas Schelling,
Micromotives and Macrobbehavior (1978).

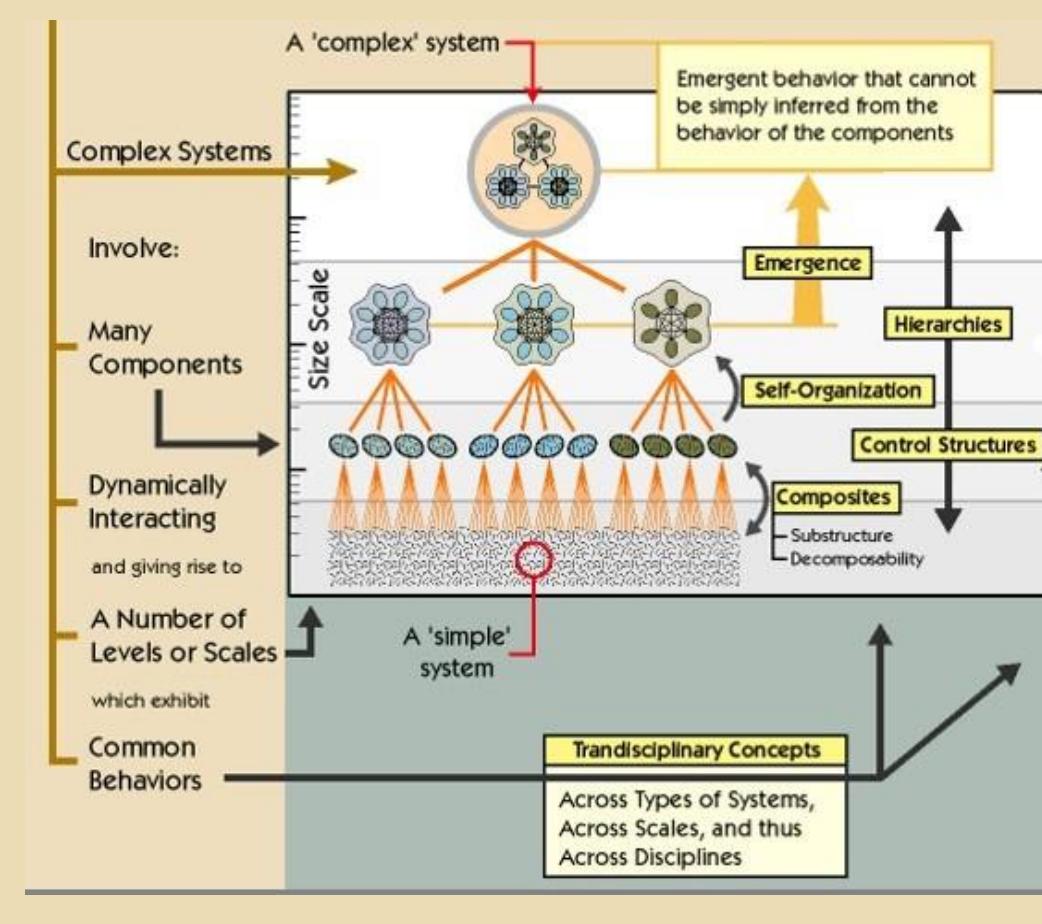


"We call *emergence* God Principle, as particle physicists talk about God Particle."

Philip Anderson,
More is Different, one more time (2002).

Características de los sistemas complejos:

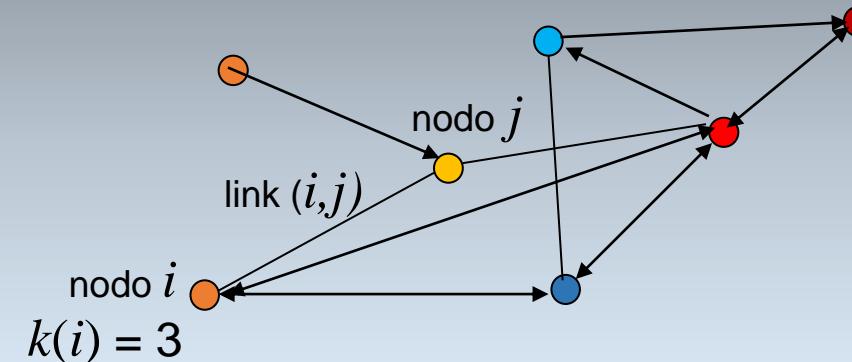
- Muchos elementos o componentes discretos en interacción.
- *Interacciones generalizadas*: no limitadas a las 4 fuerzas fundamentales; (intercambio de información, mensajes, tweets, contactos, dinero, recursos, etc)
- Variables de estado: cualquier propiedad que pueda cambiar (posición, velocidad, forma, color, opinión, riqueza, amistad, etc)
- No lineales, no superposición, muchos son algorítmicos.
- Sistemas fuera del equilibrio (generalmente) .
- Estructuras, comportamiento a escala superior de descripción emerge de interacciones a escalas inferiores.
- Sistemas de contextos distintos (físicos, químicos, biológicos, sociales) pueden exhibir comportamientos colectivos similares: *universalidad*.
- Comportamiento complejo no requiere causas complejas (no muchos parámetros, *no complicado*).





Redes: la estructura de sistemas complejos

Sistemas complejos: elementos dinámicos + red de interacciones (conexiones, enlaces, links).



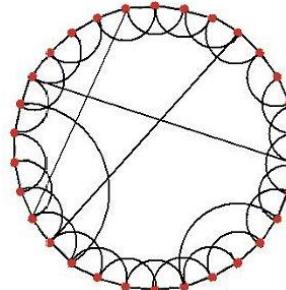
$i = 1, 2, \dots, N$ (tamaño del sistema)

$k(i) =$ número de conexiones de nodo i

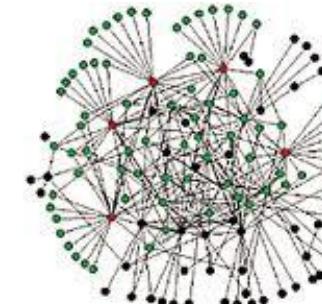
$x_i(t) =$ variable de estado de nodo i en tiempo t
(estados y/o tiempo pueden ser continuos o discretos)

Redes Complejas: estructuras características en sistemas de diversos contextos.

Small world



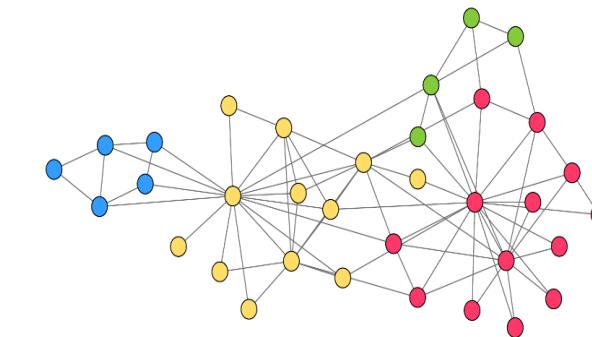
Scale free



Distancia media entre nodos $\ll N$
entre ordenada y aleatoria

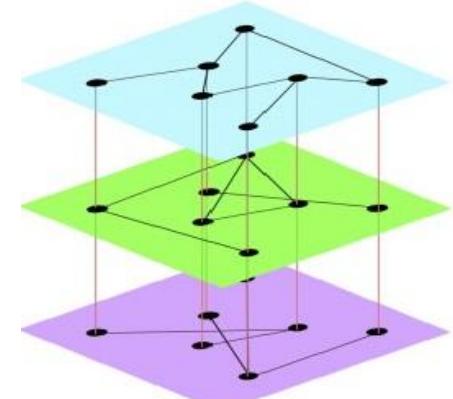
Distribución de links: $P(k) \sim k^{-\alpha}$
Pocos nodos con muchos links,
muchos nodos con pocos links

Comunidades



Subgrupos con muchos links internos,
pocos links entre distintos subgrupos

Multicapas

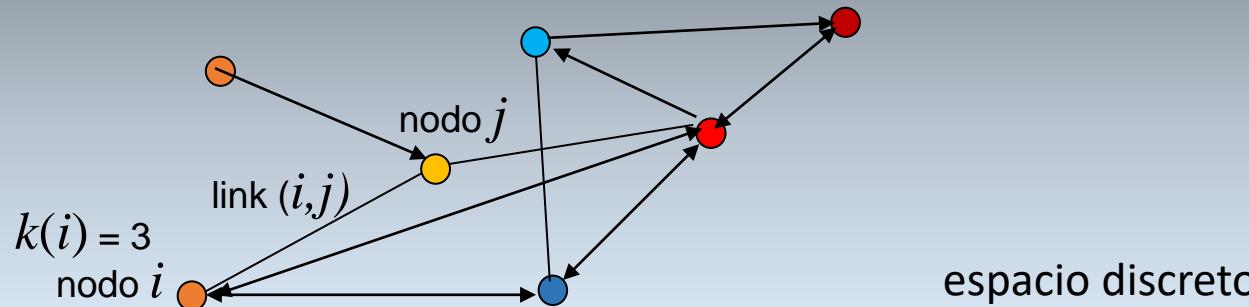


Diferentes redes coexistentes



Redes dinámicas

Sistema complejo: elementos dinámicos + red de interacciones



$i = 1, 2, \dots, N$ (tamaño del sistema)

$k(i)$ = número de conexiones de nodo i

ν_i : conjunto de vecinos de i

$\mathbf{x}_t(i)$ = variables de estado del nodo i en tiempo t
(estados y/o tiempo pueden ser continuos o discretos)

Estados $\mathbf{x}_t(i)$ continuos, espacio discreto, tiempo continuo → red de ecuaciones diferenciales acopladas:

$$\frac{d\mathbf{x}(i)}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{x}_t(i)) + \varepsilon \sum_{j \in \nu_i} \mathbf{g}(\mathbf{x}_t(i), \mathbf{x}_t(j)) \quad \mathbf{x}_t(i) = (x_t^1(i), x_t^2(i), \dots, x_t^m(i)) \in \mathbb{R}^m, \quad t \in \mathbb{R}$$

Estados $\mathbf{x}_t(i)$ continuos, espacio discreto, tiempo discreto → red de mapas acoplados:

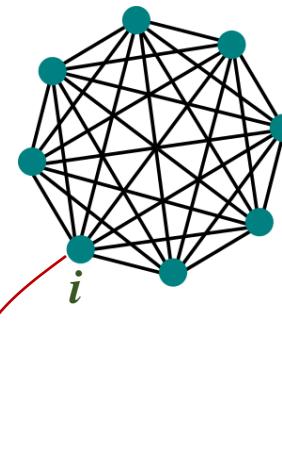
$$\mathbf{x}_{t+1} = \mathbf{f}(\mathbf{x}_t(i)) + \varepsilon \sum_{j \in \nu_i} \mathbf{g}(\mathbf{x}_t(i), \mathbf{x}_t(j)) \quad \mathbf{x}_t(i) = (x_t^1(i), x_t^2(i), \dots, x_t^m(i)) \in \mathbb{R}^m, \quad t = 0, 1, 2, \dots$$

Estados $\mathbf{x}_t(i)$ discretos, espacio discreto, tiempo discreto → autómata celular.

$\mathbf{f}(\mathbf{x}_i) \in \mathbb{R}^m$ = dinámica local, $\mathbf{g}(\mathbf{x}_t(i), \mathbf{x}_t(j))$ = función de acoplamiento de i con vecino j ε = parámetro acoplamiento



Redes con interacciones globales

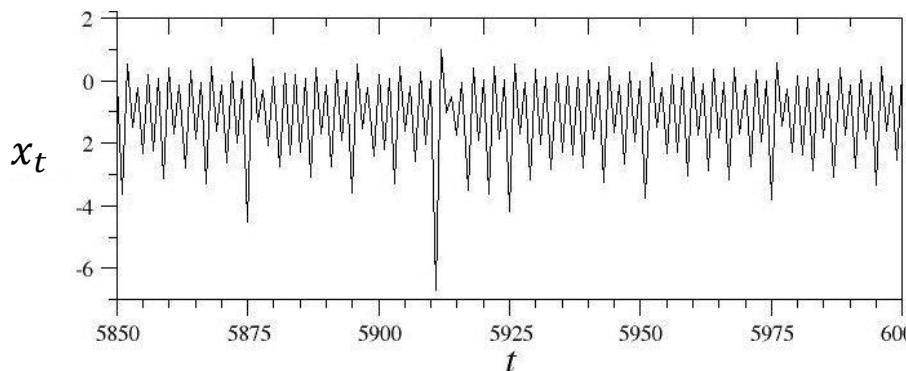


Interacción global:
información compartida por todos
los elementos del sistema

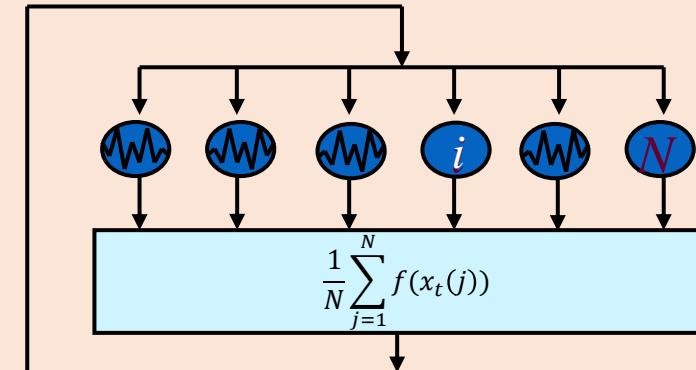
Dinámica local: función iterativa o mapa, tiempo discreto $t = 0, 1, 2, \dots$

$$x_{t+1}(i) = f(x_t(i)) \quad x_0 \rightarrow x_1 \rightarrow x_2 \rightarrow x_3 \rightarrow \dots x_n = f^{(n)}(x_0)$$

Ej. $x_{t+1} = f(x_t) = 1.5 - |x_t|^{-0.5}$ → dinámica caótica, irregular,
sensible a condiciones iniciales



Red globalmente acoplada



Red de mapas acoplados:

$$x_{t+1}(i) = (1 - \epsilon)f(x_t(i)) + \frac{\epsilon}{N} \sum_{j=1}^N f(x_t(j))$$
$$i = 1, 2, \dots, N = 10^4$$

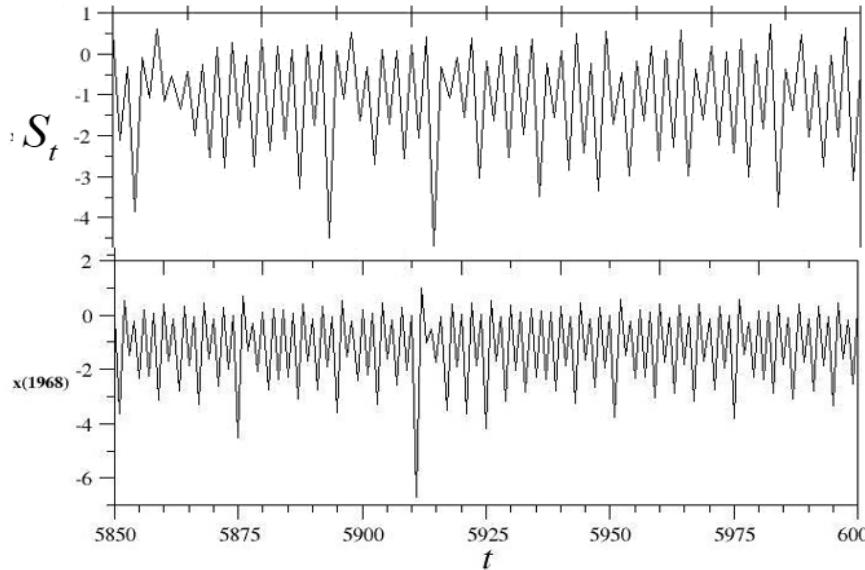
ϵ : parámetro acoplamiento, $t = 0, 1, 2, \dots$

$x_0(i)$: condiciones iniciales distribuidas aleatoriamente $\forall i$



Comportamiento colectivo no trivial

Comportamiento incoherente, sistema desincronizado

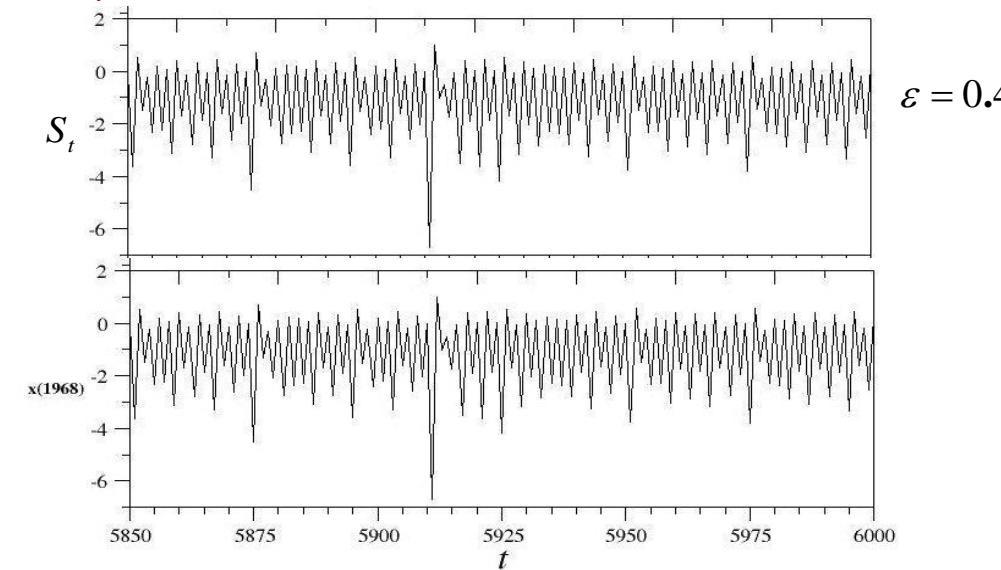


$$S_t = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_t(i)$$

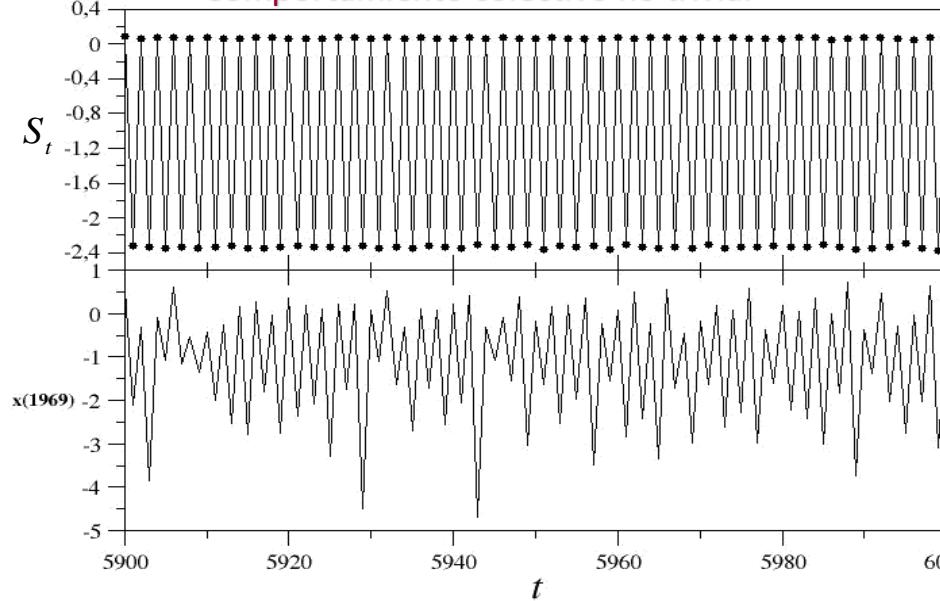
Campo medio del sistema

$$\varepsilon = 0.04$$

Comportamiento colectivo coherente: sincronización caótica



Comportamiento colectivo no trivial



$$\varepsilon = 0.1$$

Comportamiento colectivo periódico

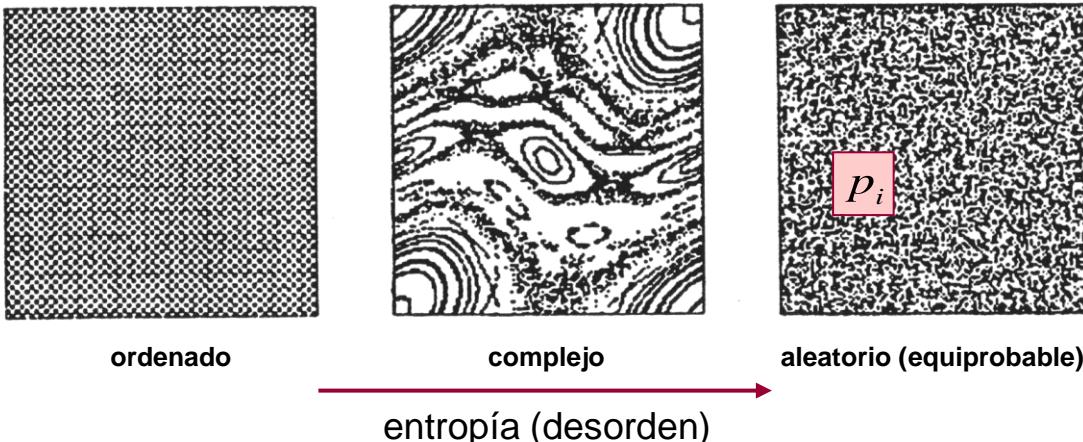
caos local

Comportamiento colectivo no trivial

Fluctuaciones de S_t decrecen con aumento del tamaño N
→ amplitud del periodo mejor definida



Medidas de complejidad



Complejidad ↔ Estructuras emergentes (espacio, tiempo)

Se han propuesto diversas medidas de complejidad.

- *Complejidad algorítmica*: mínimo número de instrucciones que generan al sistema.
 - *Complejidad* ↔ flujo de información entre partes del sistema.

Complejidad estadística: [Lopez-Ruiz, Mancini, Calbet, *Phys. Lett. A* **209**, 321 (1995)]

$$C = k \ H \times D$$

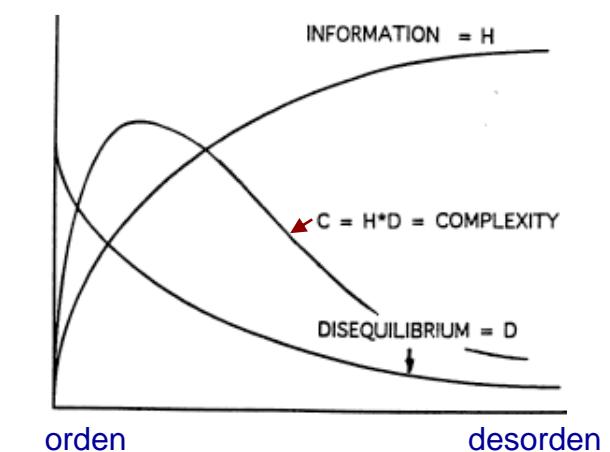
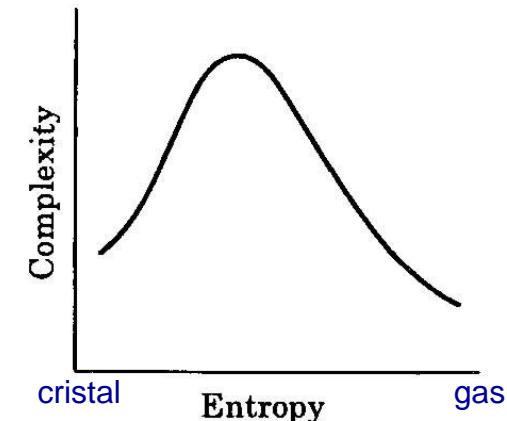
H = información:
(entropía)

$$H = - \sum_{i=1}^Q p_i \ln p_i$$

O: número de estados

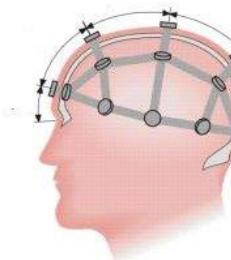
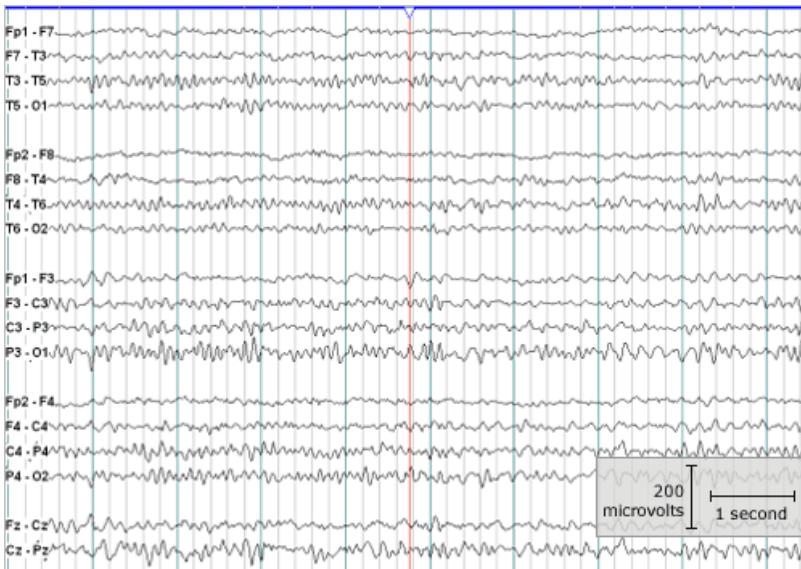
Complejidad es una medida relativa;
Medir cambios de complejidad: ΔC

$$D = \text{desequilibrio: } D = \sum_{i=1}^Q \left(p_i - \frac{1}{Q} \right)^2$$





Complejidad de señales EEG



EEG: 19 canales (electrodos)

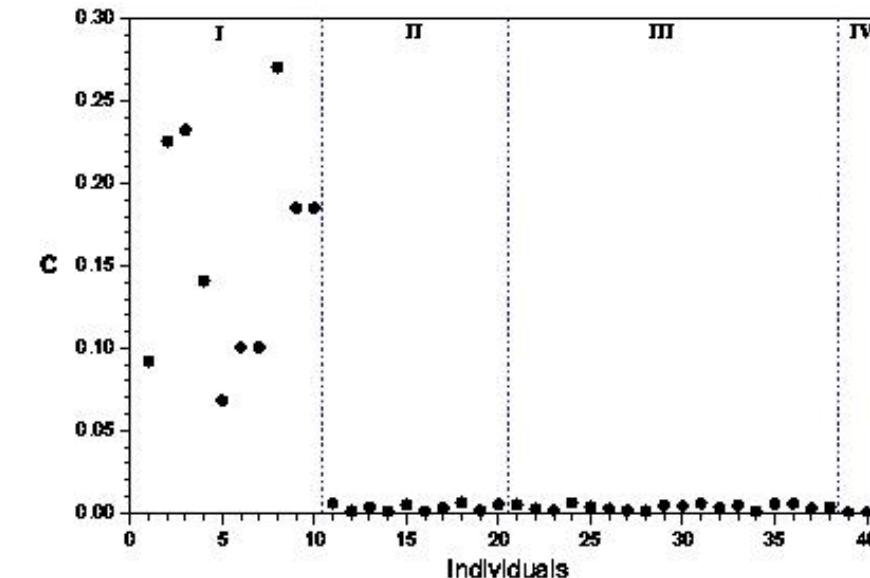
$x_t(i)$: señal del canal i en tiempo t

Campo medio de un EEG en tiempo t :

$$S_t = \frac{1}{19} \sum_{i=1}^{19} x_t(i)$$

Base de datos:
I sujetos sanos: 10
II pacientes epilépticos con tratamiento: 10
III pacientes epílépticos sin tratamiento: 18
IV pacientes epilépticos durante una crisis: 2

Epilepsia: mayor grado de sincronización (estudios previos).





Aplicaciones Interdisciplinarias

Sistemas Dinámicos/Caos:

Sistemas dinámicos espaciotemporales, autómatas celulares, redes neuronales, análisis de series temporales, clima, turbulencia, criptografía, sismos, límites de predicción, sincronización, comportamientos colectivos emergentes, estados químicos.

Sociofísica:

modelos de formación de opiniones, consenso y polarización, elecciones, cooperación, influencia cultural, globalización, medios de comunicación masiva, propaganda, propagación de rumores, modelos de conflicto, criminalidad, terrorismo, redes sociales (reales y virtuales), influencers o líderes, migraciones.

Econofísica:

distribución de riqueza, intercambio económico, mercados financieros, redes de distribución de bienes y servicios, bancos, comercio global, formación de alianzas y bloques.

Sistemas biológicos:

propagación de epidemias, modelos de crecimiento celular, evolución, redes de interacción de proteínas y genes, modelos ecológicos, movimientos colectivos (bandadas, enjambres, rebaños), dinámica neuronal, análisis de señales fisiológicas (EEG, ECG), epilepsia.