Clase 7

Gabriela Navarro

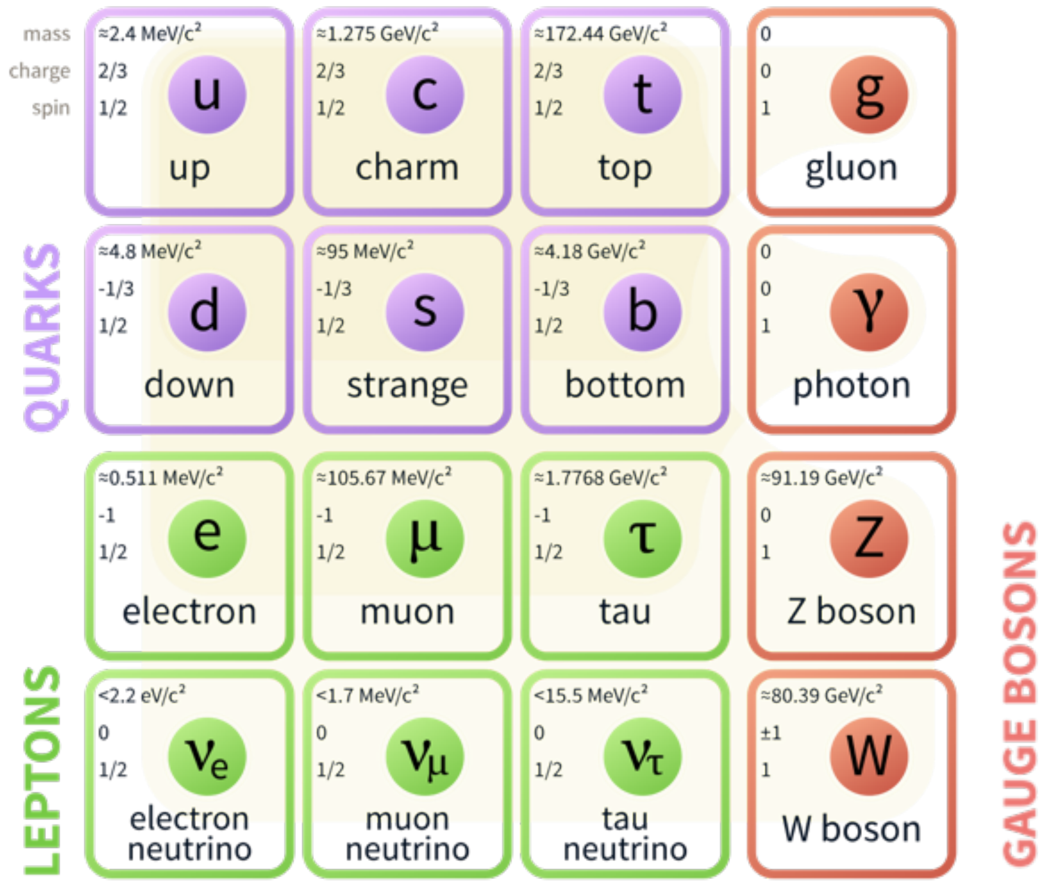
Módulo de Teoría
Filial Física de Partículas

18 de abril 2022

Latin American alliance for Capacity buildiNG in Advanced physics
LA-CoNGA physics

Cofinanciado por el programa Erasmus+ de la Unión Europea

Construyendo el Modelo Estándar: QCD



Interacción Fuerte

4. Descripción de la Cromodinámica cuántica

QCD

Calendario y Bibliografía

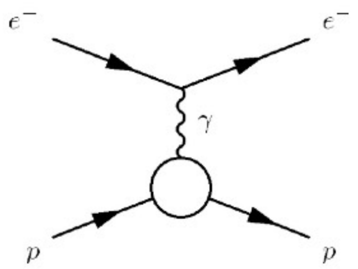
Clase 1: dispersión elástica electrón - protón
Clase 2: dispersión inelástica profunda, estructura del protón
Clase 3: QCD
Clase 4: QCD perturbativa, colisiones hadrónicas

Bibliografía

1.) Modern Particle Physics, M. Thomson, Cambridge University Press, 2013.
2.) Quarks and Leptons, an introductory course in Modern Particle Physics, F. Halzen y A. Martin,John Wiley & sons, 1984
3.) Foundations of Quantum Chromodynamics, an Introduction to Perturbative method in gauge theories, T. Muta, World Scientific,1998.
4.) Introduction to elementary particles, D. Griffiths, John Wiley & sons, 2008.

Dispersión electrón-protón

- La dispersión electrón-protón es una gran herramienta para estudiar la estructura del protón.

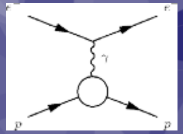


- A bajas energías el proceso dominante es la dispersión elástica, donde el protón permanece intacto -> permite estudiar propiedades globales del protón

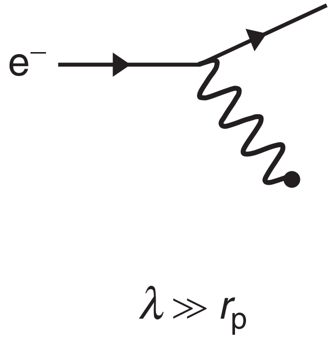
- A altas energías el proceso dominante es la dispersión inelástica profunda, donde el protón se rompe -> permite estudiar la distribución de momento de los quarks constituyentes del protón.

- La naturaleza del proceso $e^- p \to e^- p$ depende de la longitud de onda del fotón virtual en comparación con el radio del protón.

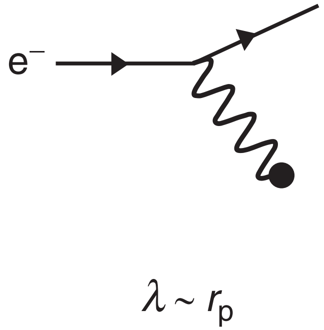
Dispersión electrón-protón



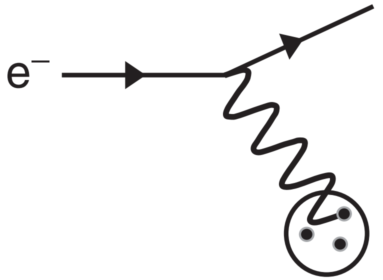
- A muy baja energía:
  - Electrón no relativista, $\lambda_\gamma >> r_p$
  - $e^- p \to e^- p$: dispersión elástica del electrón en el potencial estático del protón.



- A energías un poco más altas:
  - $\lambda_\gamma \sim r_p$
  - $e^- p \to e^- p$: dispersión no puramente electrostática y el cálculo de la sección eficaz requiere tener en cuenta la distribución de carga Y de momento magnético del protón

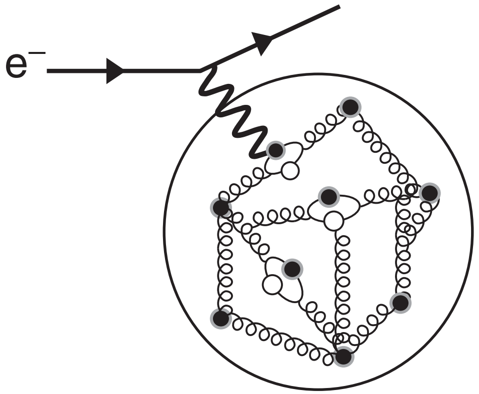


- Cuando la $\lambda_\gamma < r_p$
  - La sección eficaz elástica se hace pequeña
  - $e^- p \rightarrow e^- p$: dispersión inelástica donde el fotón virtual interactúa con un quark constituyente del protón y éste se "rompe".



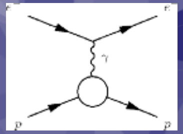
$\lambda < r_p$

- A muy altas energías:
  - $\lambda_\gamma << r_p$
  - λ_γ es suficientemente pequeña como para determinar la estructura dinámica del protón en forma detallada.
  - El protón parece ser un mar de quarks y gluons interactuando fuertemente.



$\lambda \ll r_p$

Dispersión elástica electrón-protón



- Las dispersiones de Rutherford y Mott son los límites de menor energía de la dispersión elástica electrón - protón.

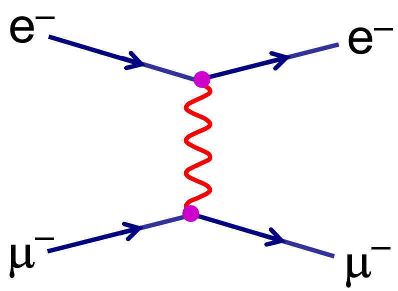
- La energía del electrón es tan baja que la energía cinética del protón es despreciable (comparada con su masa en reposo).

- El protón se considera como una fuente fija con potencial electrostático 1/r.

- La sección eficaz la calcularemos tratando al protón como una partícula puntual de Dirac (aproximación razonable ya que $\lambda_\gamma >> r_p$)

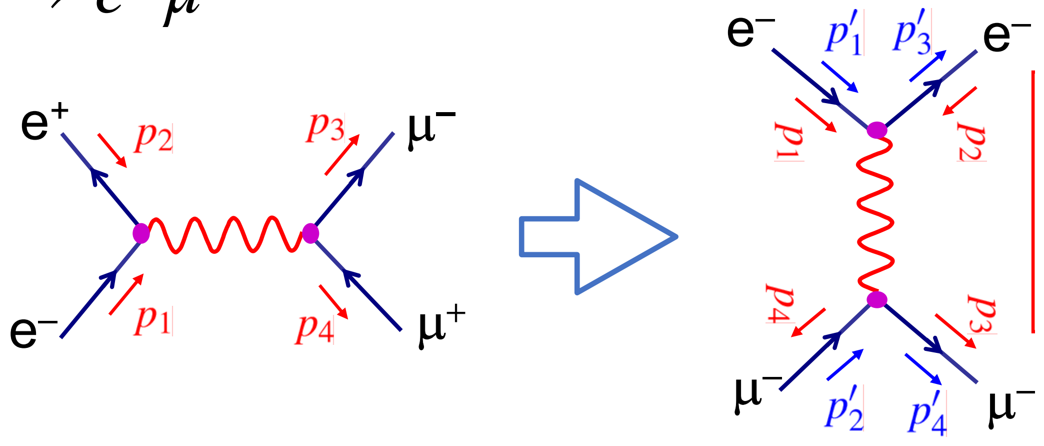
Dispersión ee->$\mu\mu$ y eμ -> eμ (revisited)

- Vamos a repasar la dispersión de dos partículas puntuales $e^-\mu^- \to e^-\mu^-$ (la parte correspondiente a QED de la dispersión $e^-q \to e^-q$)



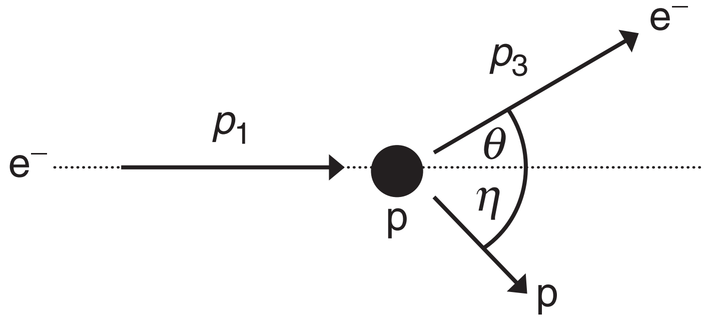
- Dos formas de proceder:
  - Hacemos los cálculos usando las reglas de QED desde el comienzo.
  - Tomamos el resultado de $e^-e^+ \to \mu^-\mu^+$ y usando la simetría de cruce obtenemos el elemento de matriz de $e^-\mu^- \to e^-\mu^-$

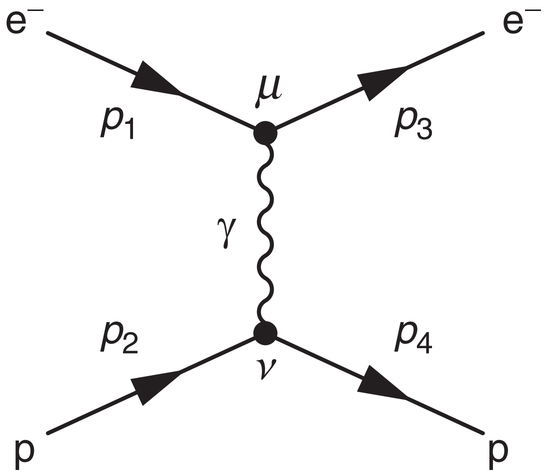
- El resultado para el elemento de matriz al cuadrado:



$$\langle |\mathcal{M}_{fi}|^2 \rangle = \frac{8e^4}{(p_1 - p_3)^4}\left[(p_1 \cdot p_2)(p_3 \cdot p_4) + (p_1 \cdot p_4)(p_2 \cdot p_3)^2)\right]$$

Dispersión de Rutherford





Elemento de matriz correspondiente al diagrama de Feynman:

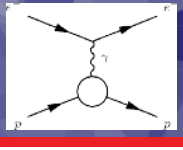
$$\mathscr{M}_{fi} = \frac{Q_q e^2}{q^2}[\bar{u}(p_3)\gamma^\mu u(p_1)]g_{\mu\nu}[\bar{u}(p_4)\gamma^\nu u(p_2)]$$

Espinores de Dirac

$$u_\uparrow = \sqrt{E+m_e}\begin{pmatrix} c(\theta/2) \\ s(\theta/2)e^{i\phi} \\ \frac{p}{E+m_e}c(\theta/2) \\ \frac{p}{E+m_e}s(\theta/2)e^{i\phi} \end{pmatrix}$$

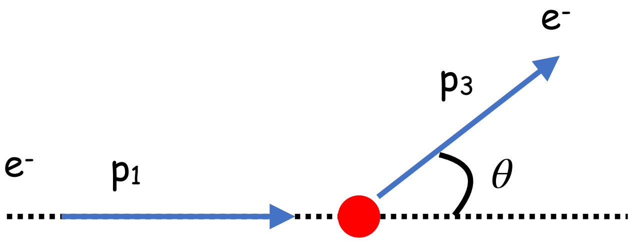
$$u_\downarrow = \sqrt{E+m_e}\begin{pmatrix} -s(\theta/2) \\ c(\theta/2)e^{i\phi} \\ \frac{p}{E+m_e}s(\theta/2) \\ -\frac{p}{E+m_e}c(\theta/2)e^{i\phi} \end{pmatrix}$$

Dispersión elástica electrón-protón



Dispersión de Rutherford

$$u_\uparrow = \sqrt{E+m_e}\begin{pmatrix} c(\theta/2) \\ s(\theta/2)e^{i\phi} \\ \frac{p}{E+m_e}c(\theta/2) \\ \frac{p}{E+m_e}s(\theta/2)e^{i\phi} \end{pmatrix} \qquad u_\downarrow = \sqrt{E+m_e}\begin{pmatrix} -s(\theta/2) \\ c(\theta/2)e^{i\phi} \\ \frac{p}{E+m_e}s(\theta/2) \\ -\frac{p}{E+m_e}c(\theta/2)e^{i\phi} \end{pmatrix}$$



Despreciamos el retroceso del protón

Consideramos el ángulo azimutal del electrón cero $\phi = 0$

Los estados posibles iniciales y finales de los espinares del electrón son:

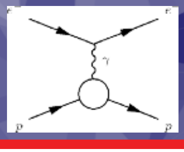
$$u_\uparrow(p_1) = \sqrt{E+m_e}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \frac{p}{E+m_e} \\ 0 \end{pmatrix} \quad u_\downarrow(p_1) = \sqrt{E+m_e}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -\frac{p}{E+m_e} \end{pmatrix} \quad u_\uparrow(p_3) = \sqrt{E+m_e}\begin{pmatrix} c(\theta/2) \\ s(\theta/2) \\ \frac{p}{E+m_e}c(\theta/2) \\ \frac{p}{E+m_e}s(\theta/2) \end{pmatrix} \quad u_\downarrow(p_3) = \sqrt{E+m_e}\begin{pmatrix} -s(\theta/2) \\ c(\theta/2) \\ \frac{p}{E+m_e}s(\theta/2) \\ -\frac{p}{E+m_e}c(\theta/2) \end{pmatrix}$$

α

Límite no relativista : $\alpha \to 0$ (p << E)

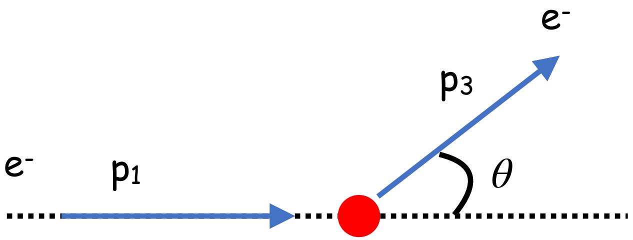
Límite ultra relativista : $\alpha \to 1$ (E >> m)

Dispersión elástica electrón-protón



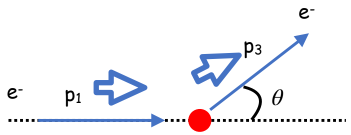
Dispersión de Rutherford

$$\mathcal{M}_{fi} = \frac{Q_q e^2}{q^2}[\bar{u}(p_3)\gamma^\mu u(p_1)]g_{\mu\nu}[\bar{u}(p_4)\gamma^\nu u(p_2)]$$

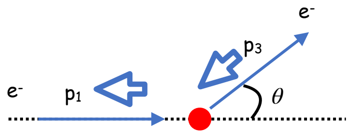


Calculemos todas las posibles corrientes de electrón

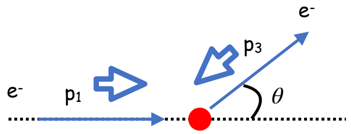
RR $\quad \bar{u}_\uparrow(p_3)\gamma^\mu u_\uparrow(p_1) = (E + m_e)[(\alpha^2 + 1)c(\theta/2), 2\alpha s(\theta/2), -2i\alpha s(\theta/2), 2\alpha c(\theta/2)]$



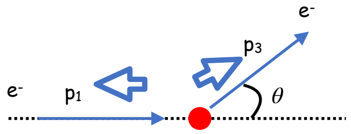
LL $\quad \bar{u}_\downarrow(p_3)\gamma^\mu u_\downarrow(p_1) = (E + m_e)[(\alpha^2 + 1)c(\theta/2), 2\alpha s(\theta/2), -2i\alpha s(\theta/2), 2\alpha c(\theta/2)]$



RL $\quad \bar{u}_\uparrow(p_3)\gamma^\mu u_\downarrow(p_1) = (E + m_e)[(1 - \alpha^2)s(\theta/2), 0, 0, 0]$



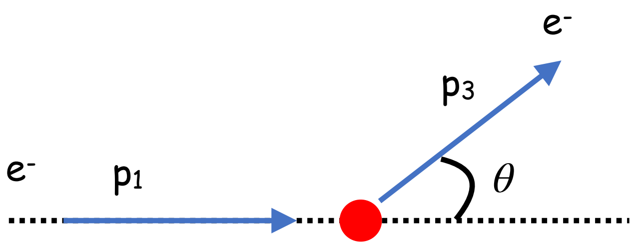
LR $\quad \bar{u}_\uparrow(p_3)\gamma^\mu u_\downarrow(p_1) = (E + m_e)[(\alpha^2 - 1)s(\theta/2), 0, 0, 0]$



Dispersión elástica electrón-protón

Dispersión de Rutherford

$$\mathcal{M}_{fi} = \frac{Q_q e^2}{q^2}[\bar{u}(p_3)\gamma^\mu u(p_1)]g_{\mu\nu}[\bar{u}(p_4)\gamma^\nu u(p_2)]$$



En el límite no relativista:

RR = LL $\qquad \bar{u}_\uparrow(p_3)\gamma^\mu u_\uparrow(p_1) = \bar{u}_\downarrow(p_3)\gamma^\mu u_\downarrow(p_1) = (2m_e)[c(\theta/2),0,0,0]$

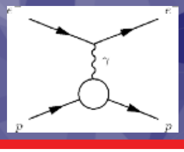
RL = LR $\qquad \bar{u}_\uparrow(p_3)\gamma^\mu u_\downarrow(p_1) = \bar{u}_\downarrow(p_3)\gamma^\mu u_\uparrow(p_1) = (2m_e)[s(\theta/2),0,0,0]$

Los espinores del protón en estado inicial y final son (soluciones de la ecuación de Dirac para una partícula en reposo)

$$u_\uparrow(0) = \sqrt{2M_p}\begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\end{pmatrix} \qquad u_\downarrow(0) = \sqrt{2M_p}\begin{pmatrix}0\\1\\0\\0\end{pmatrix} \qquad \Longrightarrow$$

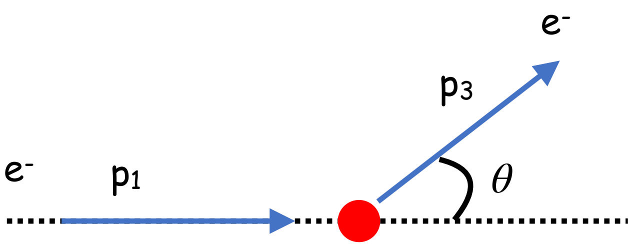
$$\bar{u}_\uparrow(p_4)\gamma^\mu u_\uparrow(p_2) = \bar{u}_\downarrow(p_4)\gamma^\mu u_\downarrow(p_2) = (2M_p)[1,0,0,0]$$

$$\bar{u}_\uparrow(p_4)\gamma^\mu u_\downarrow(p_2) = \bar{u}_\downarrow(p_4)\gamma^\mu u_\uparrow(p_2) = 0$$



Dispersión de Rutherford

$$\mathcal{M}_{fi} = \frac{Q_q e^2}{q^2}[\bar{u}(p_3)\gamma^\mu u(p_1)]g_{\mu\nu}[\bar{u}(p_4)\gamma^\nu u(p_2)]$$



$$\bar{u}_\uparrow(p_3)\gamma^\mu u_\uparrow(p_1) = \bar{u}_\downarrow(p_3)\gamma^\mu u_\downarrow(p_1) = (2m_e)[c(\theta/2),0,0,0]$$

$$\bar{u}_\uparrow(p_3)\gamma^\mu u_\downarrow(p_1) = \bar{u}_\downarrow(p_3)\gamma^\mu u_\uparrow(p_1) = (2m_e)[s(\theta/2),0,0,0]$$

$$\bar{u}_\uparrow(p_4)\gamma^\mu u_\uparrow(p_2) = \bar{u}_\downarrow(p_4)\gamma^\mu u_\downarrow(p_2) = (2M_p)[1,0,0,0]$$

$$\bar{u}_\uparrow(p_4)\gamma^\mu u_\downarrow(p_2) = \bar{u}_\downarrow(p_4)\gamma^\mu u_\uparrow(p_2) = 0$$

Podemos calcular el elemento de matriz promediado en espín sumando sobre los 8 estados permitidos de helicidad:

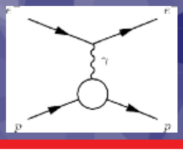
$$< |\mathcal{M}_{fi}^2| > = \frac{1}{4}\Sigma|\mathcal{M}_{fi}^2| = \frac{1}{4}\frac{e^4}{q^4}\, 4M_p^2 4m_e^2(4c^2(\theta/2) + 4s^2(\theta/2))$$

$$E_1 = E_3 = E$$

$$p_1 = p_3 = p$$

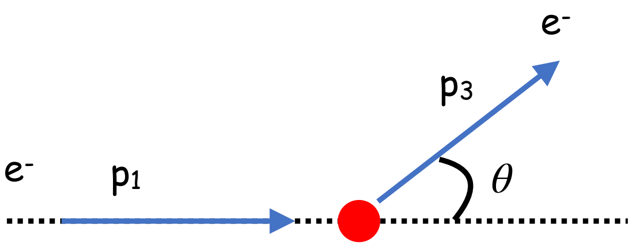
$$q^2 = (p_1 - p_3)^2 = (0, \vec{p}_1 - \vec{p}_3)^2 = -4|\vec{p}|\sin^2(\theta/2)$$

$$< |\mathcal{M}_{fi}^2| > = \frac{16M_p^2 m_e^2 e^4}{q^4} = \boxed{\frac{M_p^2 m_e^2 e^4}{|\vec{p}|^4 \sin^4(\theta/2)}}$$



Dispersión de Rutherford

La sección eficaz diferencial en el sistema de referencia del laboratorio:



$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{64\pi^2}\left(\frac{1}{m_p + E_1 - E_1\cos\theta}\right)^2 < |\mathscr{M}_{fi}^2| > \qquad E_1 \sim m_e << m_p$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{64\pi^2 m_p^2} < |\mathscr{M}_{fi}^2| > = \frac{m_e^2 e^4}{64\pi^2 p^4 \sin^4(\theta/2)}$$

$E_K = p^2/2m_e$

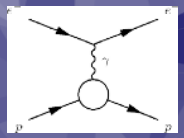
$e^2 = 4\pi\alpha$

$$\boxed{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Rutherford} = \frac{\alpha^2}{16E_K^2\sin^4(\theta/2)}}$$

En el límite no relativista, sólo la interacción entre las cargas eléctricas del electrón y protón contribuyen al proceso de dispersión.

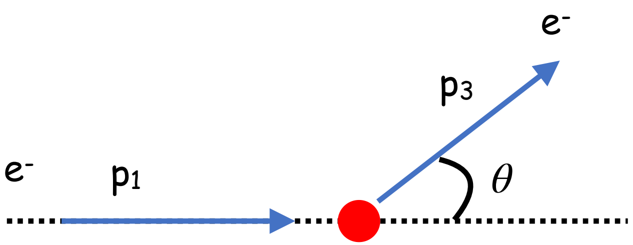
No hay contribución significativa de la interacción magnética espín-espín

Dispersión elástica electrón-protón



Dispersión de Mott

$$\mathcal{M}_{fi} = \frac{Q_q e^2}{q^2}[\bar{u}(p_3)\gamma^\mu u(p_1)]g_{\mu\nu}[\bar{u}(p_4)\gamma^\nu u(p_2)]$$



Es el límite cuando el electrón es relativista pero el retroceso del protón puede ser despreciado

Teníamos las corrientes del electrón:

RR $\bar{u}_\uparrow(p_3)\gamma^\mu u_\uparrow(p_1) = (E + m_e)[(\alpha^2 + 1)c(\theta/2), 2\alpha s(\theta/2), -2i\alpha s(\theta/2), 2\alpha c(\theta/2)]$

LL $\bar{u}_\downarrow(p_3)\gamma^\mu u_\downarrow(p_1) = (E + m_e)[(\alpha^2 + 1)c(\theta/2), 2\alpha s(\theta/2), -2i\alpha s(\theta/2), 2\alpha c(\theta/2)]$

RL $\bar{u}_\uparrow(p_3)\gamma^\mu u_\downarrow(p_1) = (E + m_e)[(1 - \alpha^2)s(\theta/2), 0, 0, 0] = 0$

LR $\bar{u}_\uparrow(p_3)\gamma^\mu u_\downarrow(p_1) = (E + m_e)[(\alpha^2 - 1)s(\theta/2), 0, 0, 0] = 0$

En este caso:

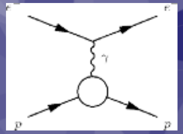
$m_e << E << m_p$

$\alpha \sim 1$

Dos de las posibles corrientes del electrón son cero ->

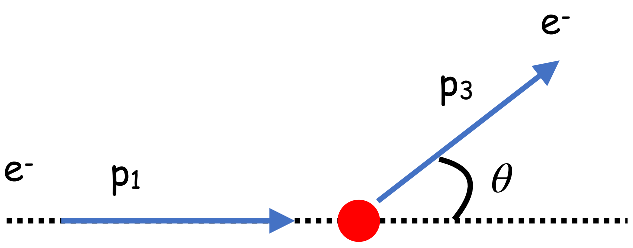
la helicidad del electrón se conserva

$$\bar{u}_\uparrow(p_3)\gamma^\mu u_\uparrow(p_1) = 2E[c(\theta/2), s(\theta/2), -is(\theta/2), c(\theta/2)]$$



Dispersión de Mott

La sección eficaz diferencial en el sistema de referencia del laboratorio:



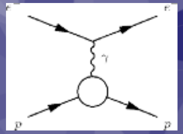
$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{64\pi^2}\left(\frac{1}{m_p + E_1 - E_1\cos\theta}\right)^2 < |\mathscr{M}_{fi}^2| >$$

$$\boxed{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott} = \frac{\alpha^2}{4E^2\sin^4(\theta/2)}\cos^2(\theta/2)}$$

Podríamos haber obtenido esta expresión de la dispersión de electrones en un potencial estático desde Un punto fijo en el espacio V(**r**)

No hay contribución significativa de la interacción magnética espín-espín

Hasta aquí no hemos tenido en cuenta la distribución de carga del protón.



Factores de forma

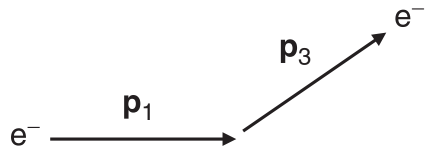
- Las dispersiones de Rutherford y Mott pueden ser calculadas utilizando la teoría de perturbaciones a primer orden para la dispersión de un objeto puntual en un potencial de Coloumb.

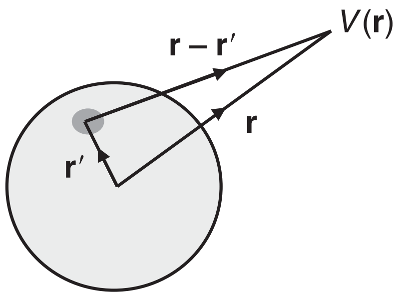
- Para tener en cuenta la extensión finita de la distribución de carga del protón vamos a introducir un factor de forma.

- Cualitativamente, el factor de forma tiene en cuenta las diferentes contribuciones a la función de onda dispersada provenientes de diferentes puntos de la distribución de carga.

Factores de forma

- Consideremos la dispersión de un electrón en el potencial estático de una distribución de carga extendida.





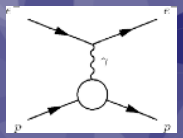
- El potencial a distancia $\vec{r}$ del origen es:

$$V(\vec{r}) = \int \frac{Q\rho(\vec{r}\,')}{4\pi|\vec{r}-\vec{r}\,'|} d^3\vec{r}\,'$$

$Q\rho(\vec{r}\,')$ Densidad de carga en términos de la carga total Q y la distribución de carga normalizada a la unidad.

- Las funciones de onda del estado inicial y del electrón dispersado son

$$\psi_i = e^{i(\vec{p}_1\cdot\vec{r}-Et)} \quad \text{y} \quad \psi_f = e^{i(\vec{p}_3\cdot\vec{r}-Et)}$$



Factores de forma

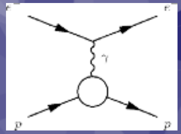
- El elemento de matriz a orden más bajo para la dispersión es:

$$\mathcal{M}_{fi} = \langle \psi_f | V(\vec{r}) | \psi_i \rangle = \int e^{-i\vec{p}_3 \cdot \vec{r}} V(\vec{r}) e^{i\vec{p}_1 \cdot \vec{r}} d^3\vec{r}$$

- Usando que $\vec{q} = (\vec{p}_1 - \vec{p}_3)$ y la expresión para el potencial:

$$\mathcal{M}_{fi} = \int\int e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}} \frac{Q\rho(\vec{r}')}{4\pi|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3r' d^3\vec{r} = \int\int e^{i\vec{q}\cdot(\vec{r}-\vec{r}')} e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}'} \frac{Q\rho(\vec{r}')}{4\pi|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3r' d^3\vec{r}$$

$$\vec{R}$$



Factores de forma

$$\mathscr{M}_{fi} = \int e^{i\vec{q}\cdot\vec{R}} \frac{Q}{4\pi|\vec{R}|} d^3\vec{R} \int \rho(\vec{r}')e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}'} d^3r'$$

Dispersión debido a un potencial de partícula puntual

Factor de forma

$$\mathscr{M}_{fi} = (M_{fi})_{puntual} F(\vec{q}^{\,2})$$

$$F(\vec{q}^{\,2}) = \int \rho(\vec{r})e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}} d^3\vec{r}$$

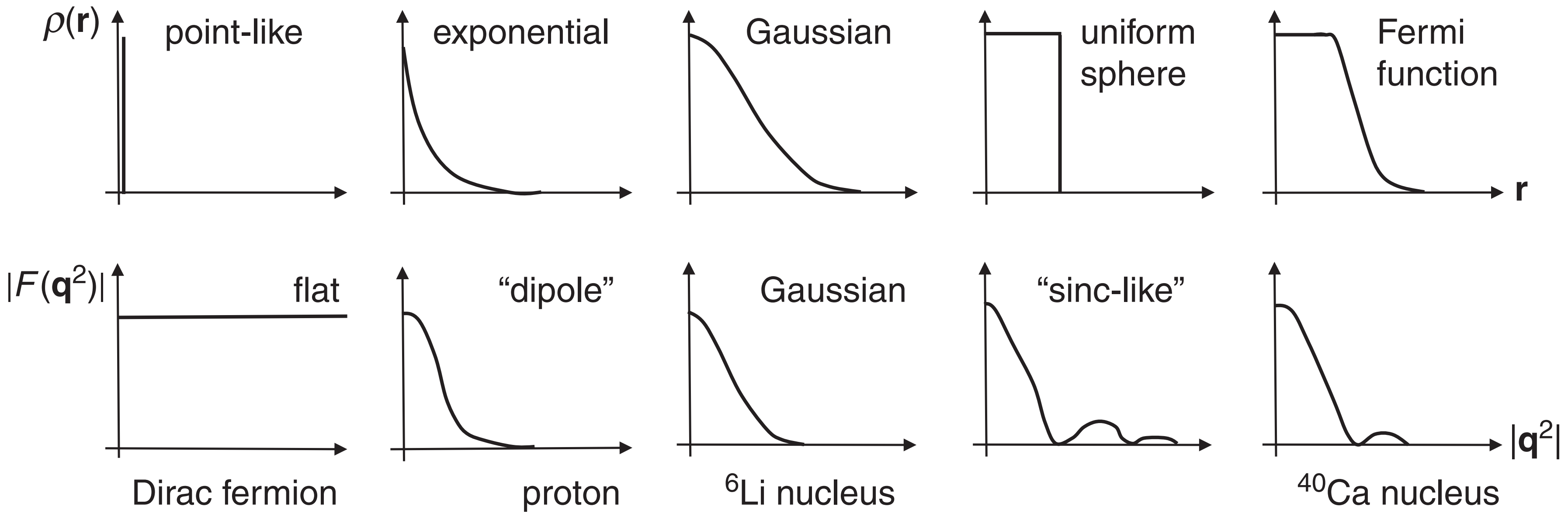
El tamaño finito del centro de dispersión introduce una diferencia de fase entre las ondas planas "dispersión de diferentes puntos en el espacio".

Factores de forma

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott} = \frac{\alpha^2}{4E^2\sin^4(\theta/2)}\cos^2(\theta/2)$$

La sección eficaz de Mott queda:

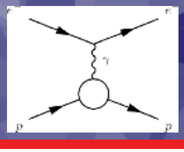
$$\left(\frac{\sigma}{\Omega}\right)_{Mott} \to \frac{\alpha^2}{4E^2\sin^4\theta/2}\cos^2\frac{\theta}{2}\,|F(\vec{q}^{\,2})|^2$$



El factor de forma es la transformada de Fourier tridimensional de la distribución de carga.

Si λ_{foton} >> tamaño de la distribución de Q -> F(0) =1 (objeto puntual)

Dispersión elástica electrón-protón



Dispersión electrón-protón relativista

- Consideremos el caso de dispersión a mayores energías donde el retroceso del protón no puede ser despreciado y la interacción magnética espín-espín es importante.

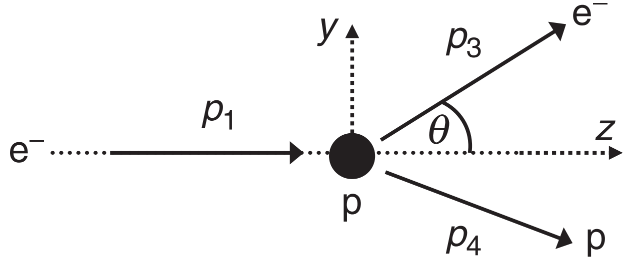
- Escribamos los momentos:

$$p_1 = (E_1, 0, 0, E_1)$$

$$p_2 = (m_p, 0, 0, 0)$$

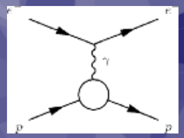
$$p_3 = (E_3, 0, E_3 \sin\theta, E_3 \cos\theta)$$

$$p_4 = (E_4, \vec{p}_4)$$



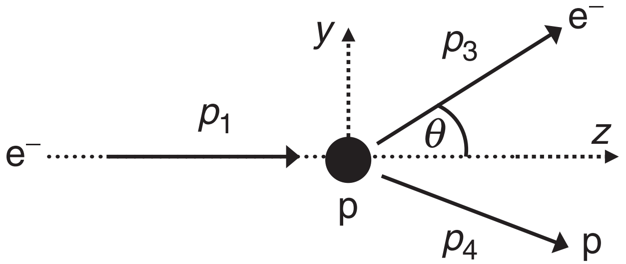
- Considerando: $m_e^2 \sim 0$

$$\langle |\mathcal{M}_{fi}|^2 \rangle = \frac{8e^4}{(p_1 - p_3)^4}\left[(p_1 \cdot p_2)(p_3 \cdot p_4) + (p_1 \cdot p_4)(p_2 \cdot p_3) - m_p^2 (p_1 \cdot p_3)\right]$$



Dispersión electrón-protón relativista

$$\langle |\mathcal{M}_{fi}|^2 \rangle = \frac{8e^4}{(p_1 - p_3)^4}\left[(p_1 \cdot p_2)(p_3 \cdot p_4) + (p_1 \cdot p_4)(p_2 \cdot p_3) - m_p^2(p_1 \cdot p_3)\right]$$



- Un poco de cinemática …
  - En la mayoría de experimentos de dispersión elástica e-protón, el estado final de protón no se observa -> expresaremos los términos en función de los observables experimentales -> **energía y ángulo de dispersión del electrón.**

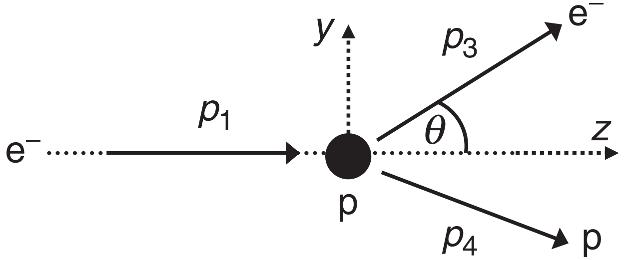
$$p_4 = p_1 + p_2 - p_3$$
$$p_1 \cdot p_1 = p_3 \cdot p_3 = m_e \to 0$$
$$p_1 \cdot p_2 = E_1 m_p$$
$$p_2 \cdot p_3 = E_3 m_p$$
$$p_1 \cdot p_3 = E_1 E_3 (1 - \cos\theta)$$
$$p_1 \cdot p_4 = E_1 m_p - E_1 E_3 (1 - \cos\theta)$$
$$p_3 \cdot p_4 = E_1 E_3 (1 - \cos\theta) + E_3 m_p$$

$$\langle |\mathcal{M}_{fi}|^2 \rangle = \frac{8e^4}{(p_1 - p_3)^4} 2 m_p E_1 E_3 \left[(E_1 - E_3)\sin^2\frac{\theta}{2} + m_p \cos^2\frac{\theta}{2}\right]$$

$$q^2 = (p_1 - p_3)^2 = p_1^2 + p_3^2 - 2 p_1 \cdot p_3 \approx -2 E_1 E_3 (1 - \cos\theta)$$

Dispersión electrón-protón relativista

$$\langle |\mathcal{M}_{fi}|^2 \rangle = \frac{8e^4}{(p_1 - p_3)^4} 2m_p E_1 E_3 \left[(E_1 - E_3)\sin^2\frac{\theta}{2} + m_p \cos^2\frac{\theta}{2} \right]$$



$$q^2 = (p_1 - p_3)^2 = p_1^2 + p_3^2 - 2p_1 \cdot p_3 \approx -2E_1E_3(1 - \cos\theta) = -4E_1E_3\sin^2\frac{\theta}{2}$$

$$\boxed{Q^2 \equiv = -q^2 = 4E_1E_3\sin^2\frac{\theta}{2}}$$

Podemos escribir a la energía perdida por el electrón en términos de Q^2:

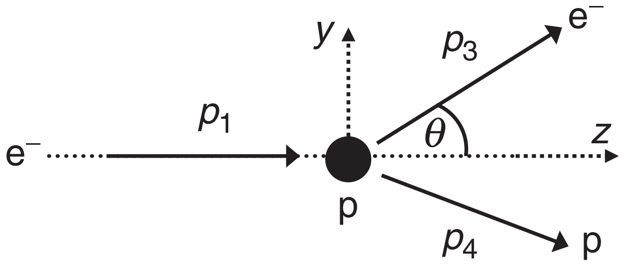
$$E_1 - E_3 = \frac{Q^2}{2m_p}$$

$$\langle |\mathcal{M}_{fi}|^2 \rangle = \frac{m_p^2 e^4}{E_1E_3\sin^4(\theta/2)}\left[cos^2\frac{\theta}{2} + \frac{Q^2}{2m_p^2}\sin^2\frac{\theta}{2}\right]$$

Sección eficaz:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{4E_1^2\sin^4(\theta/2)}\frac{E_3}{E_1}\left[cos^2\frac{\theta}{2} + \frac{Q^2}{2m_p^2}\sin^2\frac{\theta}{2}\right]$$

Dispersión electrón-protón relativista



$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{4E_1^2 \sin^4(\theta/2)} \frac{E_3}{E_1} \left[cos^2\frac{\theta}{2} + \frac{Q^2}{2m_p^2} \sin^2\frac{\theta}{2} \right]$$

Este término aparece por considerar el re-troceso del protón

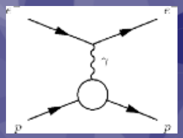
Este término aparece debido a la interacción espín-espín

Aunque la sección eficaz depende de Q^2, E_3, y θ -> sólo hay una variable independiente: Q^2 y E_3 se pueden expresar en función del ángulo de dispersión.

$$\frac{E_1}{E_3} = \frac{m_p}{m_p + E_1(1-\cos\theta)}$$

$$q^2 = -\frac{2m_pE_1^2(1-\cos\theta)}{m_pE_1(1-\cos\theta)}$$

Dispersión elástica electrón-protón



Tamaño finito del protón

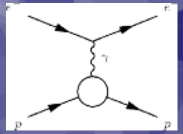
En general el tamaño finito del protón se puede modelar introduciendo dos funciones de estructura

- ➡ Una tiene en cuenta la distribución de carga del protón $G_E(q^2)$
- ➡ La otra relacionada a la distribución de momento magnético del protón $G_M(q^2)$

La sección eficaz diferencial para este caso es (fórmula de Rosenbluth)

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{4E_1^2 \sin^4(\theta/2)} \frac{E_3}{E_1} \left(\frac{G_E^2 + \tau G_M^2}{(1+\tau)} \cos^2 \frac{\theta}{2} + 2\tau G_M^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \qquad \tau = \frac{Q^2}{4m_p^2}$$

Los factores de forma $G_E(q^2)$ y $G_M(q^2)$ son funciones del cuadrado del cuadri-momento q^2 del fotón virtual (a diferencia de antes que dependian de $\vec{q}^{\,2}$) -> no pueden interpretarse como la transformada de Fourier de las distribuciones de carga y de momento magnético.



Tamaño finito del protón

Sin embargo:

$$q^2 = (E_1 - E_3)^2 - \vec{q}^{\,2} \qquad\qquad -\vec{q}^{\,2} = q^2\Big[1 - \Big(\frac{q}{2m_p}\Big)^2\Big]$$

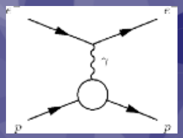
Si $\dfrac{q^2}{4m_p^2} \ll 1$ entonces $q^2 \approx -\vec{q}^{\,2}$ -> $G_E(q^2) \approx G(\vec{q}^{\,2})$

➡ En el límite $\dfrac{q^2}{4m_p^2} \ll 1$ podemos interpretar las funciones de estructura in términos de la transformadas de Fourier

$$G_E(q^2) \approx G_E(\vec{q}^{\,2}) = \int e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}}\rho(\vec{r})d^3\vec{r}$$

$$G_M(q^2) \approx G_M(\vec{q}^{\,2}) = \int e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}}\mu(\vec{r})d^3\vec{r} \qquad\qquad \vec{\mu} = \frac{e}{m_p}\vec{S}$$

Dispersión elástica electrón-protón



Tamaño finito del protón

$$G_E(q^2) \approx G_E(\vec{q}^{\,2}) = \int e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}}\rho(\vec{r})d^3\vec{r} \qquad G_M(q^2) \approx G_M(\vec{q}^{\,2}) = \int e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}}\mu(\vec{r})d^3\vec{r}$$

El momento magnético de una partícula de Dirac puntual está relacionada con su espín:

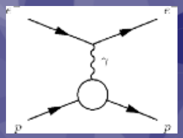
$$\vec{\mu} = \frac{e}{m}\vec{S}$$

El valor medido experimentalmente para el momento anómalo magnético del protón es:

$$\vec{\mu} = 2.79\frac{e}{m_p}\vec{S}$$

Por lo tanto al normalizar:

$$G_E(0) = \int \rho(\vec{r})d^3\vec{r} = 1 \qquad G_M(0) = \int \mu(\vec{r})d^3\vec{r} = +2.79$$



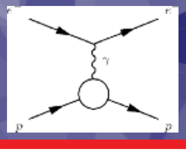
¿Cómo medimos las funciones de estructura?

La sección eficaz diferencial del proceso elástico e-p -> e-p depende de ambas distribuciones. Podemos escribirla como:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_0 \left(\frac{G_E^2 + \tau G_M^2}{(1+\tau)} \cos^2\frac{\theta}{2} + 2\tau G_M^2 \sin^2\frac{\theta}{2}\right) \qquad \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_0 = \frac{\alpha^2}{4E_1^2 \sin^4(\theta/2)} \frac{E_3}{E_1}$$

A Q^2 bajo -> $\tau \ll 1$, el factor de forma eléctrico es el que domina $\frac{d\sigma}{d\Omega} / \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_0 \approx G_E^2$, and G_E^2 es equivalente al factor de forma $|F(\vec{q}^{\,2})|$

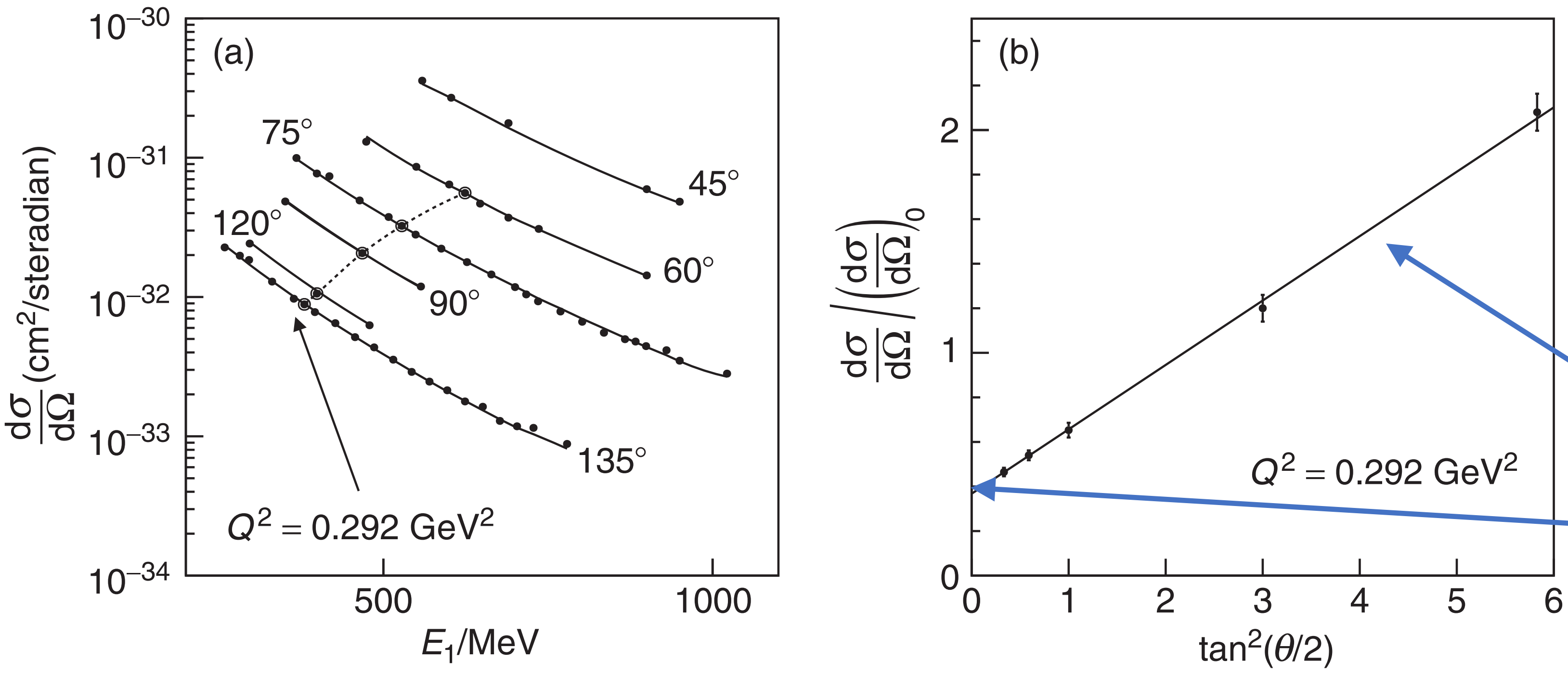
A Q^2 alto -> $\tau \gg 1$, el término magnético de espín-espín domina y $\frac{d\sigma}{d\Omega} / \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_0 \approx (1 + 2\tau \tan^2\frac{\theta}{2}) G_m^2$



¿Cómo medimos las funciones de estructura?

En general, podemos inferir la dependencia en Q^2 de las funciones de estructura de experimentos de dispersión elástica e-p variando la energía del haz de electrones.

Para cada energía del haz, se mide la sección eficaz diferencial para cada ángulo correspondiente al valor de Q^2 particular.



5 puntos con $Q^2 = 0.292$ GeV² para diferentes energías del haz y diferentes ángulos de dispersión.

La dependencia lineal con la $\tan^2(\theta/2)$ es la esperada :

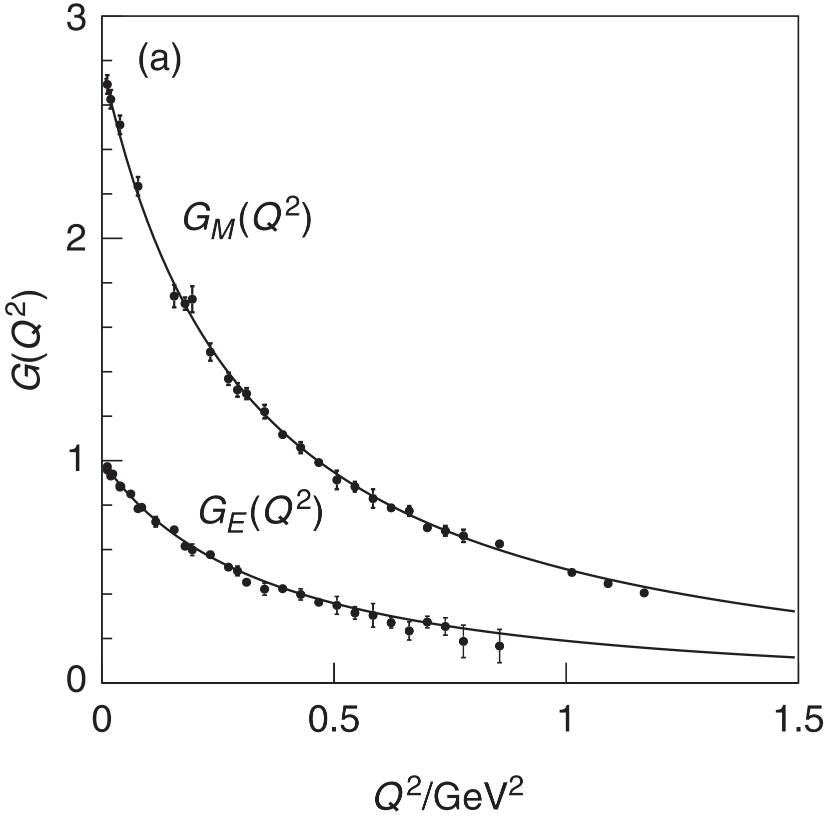
$$m = 2\tau[G_M(Q^2)]^2$$ y

$$c = \frac{[G_E(Q^2)]^2 + \tau[G_M(Q^2)]^2}{(1+\tau)}$$

Hughes et al., Phys. Rev. 139 (1965)B458

¿Cómo medimos las funciones de estructura?

También podemos hacer un análisis similar con las mediciones de la sección eficaz correspondiente a diferentes valores de Q^2 que nos da una determinación experimental de los factores de forma del protón a medida que Q^2 varía



Hughes et al., Phys. Rev. 139 (1965)B458

El hecho que los factores de forma decrezcan con Q^2 demuestra que el protón tiene tamaño finito.

La forma de $G_M(Q^2)$ es muy parecida a la de $G_E(Q^2)$, lo que muestra que las distribuciones de Carga y momento magnético dentro del protón son consistentes.

Los valores medidos extrapolados a $Q^2 = 0$ están De acuerdo con $G_M(0) = 2.79$ y .$G_E(0) = 1$

Backup Slides