La-CoNGA-PHYSICS

Mecánica Estadística Avanzada

Junio-Julio 2023

1. Sistemas Magnéticos: Modelos clásicos

Profesora
GLORIA BUENDÍA
Departamento de Física
Universidad Simón Bolívar
Caracas-Venezuela
buendia@usbve

Contenido General

1. Sistemas Magnéticos: Modelos clásicos

El origen de la magnetización es el spin de los electrones en las capas electrónicas incompletas. Cada electrón tiene un momento magnético igual al magnetón de *Bohr*, $\mu_B = \frac{e\hbar}{2mc}$.

Los espines interactuan entre si y con los campos magnéticos externos. La interacción entre espines se llama interacción de intercambio y es consecuencia del *principio de exclusión de Pauli* y de la interacción de *Coulomb*.

El caso más simple de interacción de intercambio entre dos electrones, átomos, moléculas, etc, con espines $\bar{S}_1$ y $\bar{S}_2$ es de la forma

$$J\bar{S}_1 \cdot \bar{S}_2, \qquad J \text{ depende de la dist entre } \bar{S}_1 \text{ y } \bar{S}_2$$

El Hamiltoniano del sistema en este caso tiene un términos de la forma

$$\mathcal{H}_{12} = -J\bar{S}_1 \cdot \bar{S}_2$$

Si $J > 0$, este término favorece la interacción ferromagnética, los espines tienden a alinearse paralelamente, la energía se minimiza cuando los espines están paralelos. En los ferromagnétos (ejm algunos metales, $Fe,\ Ni$) una fracción finita de los espines se polarizan espontaneamente en una dirección dando lugar a una magnétización espontanea (en ausencia de campo externo), esta magnetización espontanea desaparece bruscamente a una T crítica llamada T de *Curie*.

Si $J < 0,\implies \mathcal{H}_{12} = |J|\bar{S}_1 \cdot \bar{S}_2$ la energía se minimiza cuando los espines se polarizan en direcciones opuestas, sistemas antiferromagnéticos, este ordenamiento desaparece a una T llamada T de *Neel*, $M_nF_2,\ RbM_nF_3$.

(a) Paramagneto (b) Ferromagneto (c) Antiferromagneto (d) Ferrimagneto

Figura 1: Red cristalina de iones magnéticos en ausencia de campo magnético externo, $H = 0$

Paramagneto: Spines orientados al azar.

Ferromagneto: Spines paralelos.

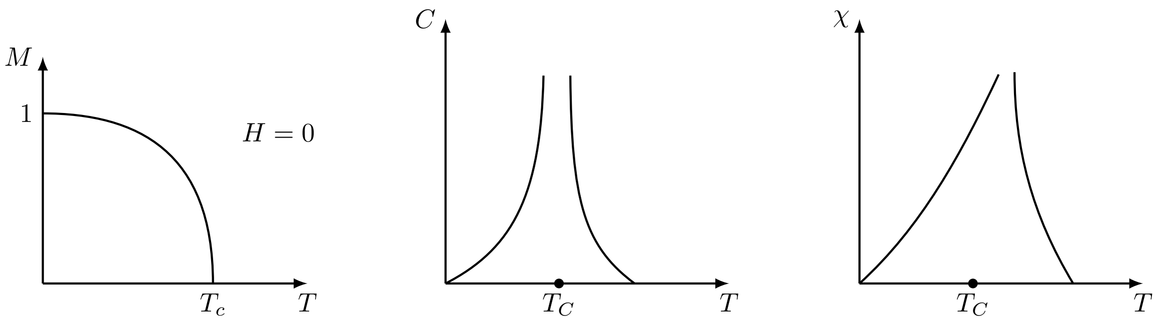
Antiferromagneto: Spines antiparalelos.

Ferrimagneto: Se alternan spines de distintas magnitudes, generalmente con ordenamientos antiparalelos (compuestos moleculares).

Por encima de una T crítica todos los materiales (en ausencia de campo, $H = 0$) se convierten en paramagnetos. La interacción de intercambio es de corto rango, cada espin solo interactua con unos pocos vecinos cercanos.

Si $T < T_C$, para los ferromagnetos y antiferromagnetos los espines tienden a alinearse, el sistema tiene un cierto orden para describirlo hay que definir una nueva cantidad llamada parámetro de orden, para los ferromagnetos este parámetro de orden es la magnetización (suma de los espines). A $T = 0$ los espines están alineados. A medida que la T aumenta, el desorden crece (la energía aumenta debido a la T). A $T = T_C$ la tendencia el desorden balancea el orden.

Si $T > T_C$ el desorden gana



A la T crítica la capacidad calórica diverge $C \sim (T - T_C)^{-\alpha'} \quad T > T_C$
y la susceptibilidad magnética tambien $(T_C - T)^{-\alpha} \quad T < T_C$

$$\chi = \left.\frac{dM}{dH}\right|_1 \sim \begin{array}{c} (T - T_C)^{-\gamma'} \\ (T_C - T)^{-\gamma} \end{array}$$

Note que en los antiferromagnetos la magnetización total es cero, pero por debajo de la T crítica el sistema está ordenado $\rightarrow$ distinto de un paramagneto.

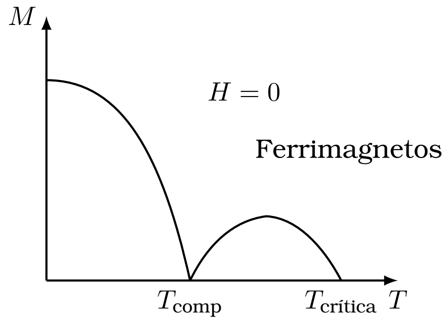
Si tenemos una red ordenada antiferromagnéticamente

$$\begin{array}{ccccc} \uparrow & \downarrow & \uparrow & \downarrow & \uparrow \\ \downarrow & \uparrow & \downarrow & \uparrow & \downarrow \\ \uparrow & \downarrow & \uparrow & \downarrow & \uparrow \end{array}$$

$M' = M_a - M_b$ (Parámetro de orden)

Donde a y b son las redes alternas

Ferrimagnetos: espines distintos que se alinean antiparalelamente. Puede haber una temperatura a la cual la red todavia está ordenada pero la magnetización T_C es cero, este punto se llama punto de compensación, no es un punto crítico.



Las redes alternas se desordenan de forma distinta con la temperatura

↑ ↓ ↑ ↓ ↑
↓ ↑ ↓ ↑ ↓
↑ ↓ ↑ ↓ ↑

$$\mathcal{H}_{ab} = -J_1 \bar{S}_a \cdot \bar{S}'_a - J_2 \bar{S}_b \cdot \bar{S}'_b - J \bar{S}_a \cdot \bar{S}_b$$

2. Paramagnetismo

Los espines no interactuan entre sí, solo con un campo externo, $H \neq 0$ (El campo magnético producido por los espines es despreciable).

Cada spin siente una energía debido al campo magnético externo H,

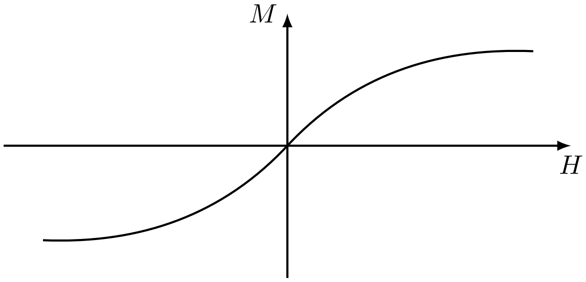
$$\begin{aligned} \mathcal{H}_i &= -\bar{\mu}_i \cdot \bar{H} & \mu_i &= S_i \mu \qquad (\mu \text{ magnetón de } \textit{Bohr}) \\ &= -\mu S_i H & S_i &= \pm 1 \end{aligned}$$

Tomaremos los espines como fijos en los sitios de la red, y el campo externo H como uniforme (el mismo en todos los puntos de la red).

El $\mathcal{H}$ del sistema es $\mathcal{H} = -\mu H \sum_{i=1}^{N} S_i$ ya que los espines no interacionan entre si.

La función de partición para este sistema de N espines

$$\begin{aligned} Z(T,H,N) &= \sum_{S_1=\pm 1} \sum_{S_2=\pm 1} \cdots \sum_{S_N=\pm 1} e^{\beta \mu H \sum_{i=1}^{N} S_i} \\ &= \left[\sum_{S_i=\pm 1} e^{\beta \mu H S_i} \right]^N = \left[e^{\beta \mu H} + e^{-\beta \mu H} \right]^N \\ &= (2 \cosh \beta \mu H)^N \\ A(T,H) &= -\frac{1}{\beta} \ln Z(T,H) = -NKT \ln \left[2 \cosh \beta \mu H \right] \\ \langle E \rangle &= -\frac{\partial \ln Z}{\partial \beta} = -N \mu H \tanh \beta \mu H \\ C &= \frac{\partial \langle E \rangle}{\partial T} = NK(\beta \mu H)^2 \operatorname{sech}^2 \beta \mu H \qquad \operatorname{sech} \chi = \frac{2}{e^x + e^{-x}} \\ C(T \to 0) &\to 0 \\ \langle M \rangle &= \mu \sum_{i=1}^{N} \langle S_i \rangle = \frac{1}{\beta} \frac{\partial \ln Z}{\partial H} = -\frac{\partial A}{\partial H} = N \mu \tanh(\beta \mu H) \end{aligned}$$



$$M(H) = -M(-H)$$
$$M(H=0) = 0 \quad \forall T$$

Este modelo no presenta magnetización espontánea

$$\chi = \frac{\partial M}{\partial H}\bigg|_T = N\mu^2\beta\,\mathrm{sech}^2\,\beta\mu H = \langle M^2\rangle - \langle M\rangle^2$$

A altas T $\quad \beta \to 0 \qquad \mathrm{sech}^2\,\beta\mu H \approx 1 - \dfrac{\beta^2\mu^2 H^2}{2}$

$\chi(\beta \to 0) \sim \dfrac{N\mu^2}{KT} \longrightarrow$ *Ley de Curie* se cumple para materiales magneticos a altas T

Este modelo no es aplicable para materiales como el hierro que tienen magnetización distinta de cero aún cuando $H = 0$. **El ferromagnetismo es debido a la interacción de intercambio entre los espines.**