

Módulo de Teoría: Teoría Cuántica de Campos

Nicolás BERNAL
New York University Abu Dhabi

16/4/2024



Latin American alliance for
Capacity building in Advanced physics
LA-CoNGA physics

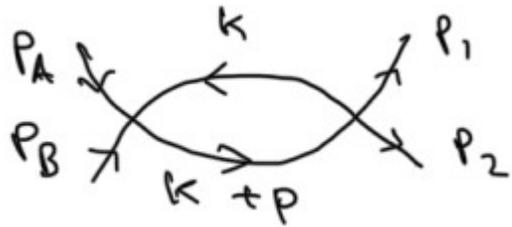


Cofinanciado por el
programa Erasmus+
de la Unión Europea





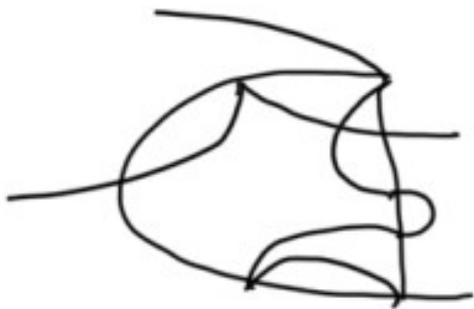
En el capítulo anterior...



$$\sim \int d^4k \frac{1}{k^2 - m^2 + i\epsilon} \frac{1}{(k+p)^2 - m^2 + i\epsilon}$$

$$\sim \int \frac{d^4k}{k^4} \sim \int^{\infty} \frac{dk k^3}{k^4} \sim \int^{\infty} \frac{dk}{k}$$

← divergencia *logarítmica*



$$\mathcal{I}_F \sim \underbrace{\int d^4k_1 \int d^4k_2 \cdots \int d^4k_L}_{1 \text{ integral por bucle}} \underbrace{\frac{1}{k_1^2 - m^2 + i\epsilon} \frac{1}{k_2^2 - m^2 + i\epsilon} \cdots \frac{1}{k_L^2 - m^2 + i\epsilon}}_{1 \text{ propagador por cada línea interna}}$$

Grado de divergencia *superficial*: **$D = 4L - 2I$**

* $D \geq 0$: es divergente

* $D < 0$: puede ser divergente (*superficialmente* convergente)



En el capítulo anterior...

en $\lambda \phi^4$: $D = 4 - E$ ← Solo depende de E ← # líneas externas

Quedan 2 tipos de divergencias

* $E = 2 \rightarrow D = 2$:



e.g.



* $E = 4 \rightarrow D = 0$:

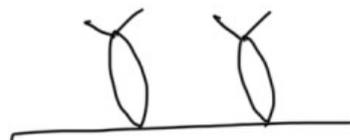


e.g.



* $E > 4 \rightarrow D < 0$

pero el diagrama puede ser divergente si contiene un subdiagrama divergente...



Teorema de Weinberg: un diagrama es convergente si su grado de divergencia superficial y el de **todos** sus subdiagramas es negativo.



Regularización

→ 3 tipos de comportamiento

Tipo de teoría	Dimensión del acople	Divergencias	Ejemplos
* Súper renormalizable	> 0	# finito de diagramas diverge superficialmente	$\lambda \phi^3$
* Renormalizable	$= 0$	# finito de amplitudes diverge superficialmente a <i>todo</i> orden	$\lambda \phi^4$ QED
* No renormalizable	< 0	<i>todas</i> las amplitudes divergen a un orden suficientemente grande	$\lambda \phi^5$ gravedad

→ En una teoría *renormalizable*, las divergencias se absorben en un número *finito* de parámetros, lo que equivale a un número *finito* de contra términos.



Regularización

* Cut-off Λ :

→ A. Zee, "QFT in a Nutshell", Apéndice D

después de la rotación de Wick $k^0 = i k_4$

$$\int^{\infty} k^{D-1} dk \rightarrow \int^{\Lambda} k^{D-1} dk$$

Λ tiene unidades de energía (masa)

ejemplo:

$$\int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{(k^2 - c^2 + i\epsilon)^2} = \frac{i}{16\pi^2} \left[\log\left(\frac{\Lambda^2}{c^2}\right) - 1 + \dots \right]$$



* Regularización dimensional:

$$\frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \rightarrow \frac{d^d k}{(2\pi)^d}$$

$$\varepsilon = 4 - d$$

Para mantener λ adimensional, se introduce un parámetro μ con dimensión de masa

$$\lambda \rightarrow \lambda \mu^\varepsilon$$

$$S = \int d^4 x \mathcal{L} = \int d^4 x \left[\frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - \frac{1}{2} m^2 \phi^2 + \frac{1}{4!} \lambda \phi^4 \right]$$

$$[\phi] = \frac{d-2}{2}$$

$$S = \int d^d x \mathcal{L} = \int d^d x \left[\frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - \frac{1}{2} m^2 \phi^2 + \frac{1}{4!} \lambda \mu^\varepsilon \phi^4 \right]$$

$$[\lambda] = 0$$

$$[\mu] = 1$$



Regularización

* Ejemplo:



$$\begin{aligned} & \lambda^2 \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{(k^4 - c^2 + i\epsilon)^2} \\ & \rightarrow \lambda^2 \mu^{2\epsilon} \int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \frac{1}{(k^4 - c^2 + i\epsilon)^2} = \frac{i \lambda^2 \mu^{2\epsilon}}{16\pi^2} \left(\frac{4\pi \mu^2}{c^2} \right)^{\frac{\epsilon}{2}} \Gamma\left(\frac{\epsilon}{2}\right) \\ & = \frac{i \lambda^2 \mu^{2\epsilon}}{16\pi^2} \left[1 + \frac{\epsilon}{2} \log\left(\frac{4\pi \mu^2}{c^2}\right) + \dots \right] \left[\frac{2}{\epsilon} - \gamma + \dots \right] \\ & = \frac{i \lambda^2 \mu^{2\epsilon}}{16\pi^2} \left[\frac{2}{\epsilon} - \gamma + \log(4\pi) - \log\left(\frac{c^2}{\mu^2}\right) + \dots \right] \end{aligned}$$

← clase pasada!

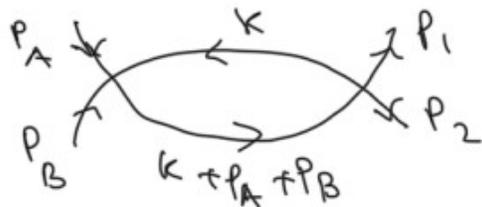
← + términos de orden ϵ

→ divergencias = polos en ϵ

Euler's constant	
γ	
0.57721... ^[1]	
General information	
Type	Unknown
Fields	Analytic number theory
History	
Discovered	1734
By	Leonhard Euler
First mention	<i>De Progressionibus harmonicis observationes</i>
Named after	Leonhard Euler · Lorenzo Mascheroni



Ahora en más detalle: Cut-off



$$p = p_A + p_B \quad , \quad s = (p_A + p_B)^2$$

$$i \mathcal{M}_2(s) = \frac{(-i\lambda)^2}{2} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{i}{k^2 - m^2 + i\epsilon} \frac{i}{(k+p)^2 - m^2 + i\epsilon}$$

Truco de Feynman

$$\frac{1}{ab} = \int_0^1 dx \frac{1}{[ax + b(1-x)]^2}$$

$$\text{In[5]:= Integrate}\left[\frac{1}{(ax + b(1-x))^2}, \{x, 0, 1\}\right]$$

$$\text{Out[5]:= } \frac{1}{ab}$$

Cambio de variable $l \equiv k + xp$

$$i \mathcal{M}_2(s) = \frac{\lambda^2}{2} \int_0^1 dx \int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4} \frac{1}{[l^2 - c^2 + i\epsilon]^2}$$

$$= \frac{i}{16\pi^2} \log \frac{\Lambda^2}{c^2}$$

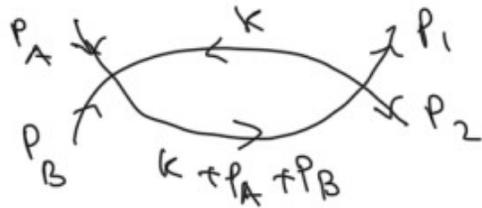
← clase pasada

$$= \frac{i\lambda^2}{32\pi^2} \int_0^1 dx \log \frac{\Lambda^2}{m^2 - x(1-x)s}$$

$$\sim \frac{i\lambda^2}{32\pi^2} \log \frac{\Lambda^2}{s} \quad \text{para } s \gg m^2$$



Ahora en más detalle: Regularización dimensional



$$p = p_A + p_B \quad , \quad s = (p_A + p_B)^2$$

$$i \mathcal{M}_2(s) = \frac{(-i\lambda)^2}{2} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{i}{k^2 - m^2 + i\epsilon} \frac{i}{(k+p)^2 - m^2 + i\epsilon}$$

Truco de Feynman

$$\frac{1}{ab} = \int_0^1 dx \frac{1}{[ax + b(1-x)]^2}$$

$$\text{In[5]:= Integrate}\left[\frac{1}{(ax + b(1-x))^2}, \{x, 0, 1\}\right]$$

$$\text{Out[5]:= } \frac{1}{ab}$$

Cambio de variable $l \equiv k + xp$

$$i \mathcal{M}_2(s) = \frac{\lambda^2}{2} \int_0^1 dx \underbrace{\int \frac{d^4l}{(2\pi)^4} \frac{1}{[l^2 - c^2 + i\epsilon]^2}}_{= \frac{i\mu^{2\epsilon}}{16\pi^2} \left(\frac{2}{\epsilon} - \gamma + \log(4\pi) - \log \frac{c^2}{\mu^2} + \dots \right)} \leftarrow 2 \text{ diapositivas atrás}$$

$$= \frac{i\lambda^2\mu^{2\epsilon}}{16\pi^2\epsilon} - \frac{i\lambda^2\mu^{2\epsilon}}{32\pi^2} \int_0^1 dx \left[\gamma - \log(4\pi) + \log \frac{m^2 - x(1-x)s}{\mu^2} + \dots \right]$$

Esquema MS (minimal subtraction)
contra término absorbe polo en ϵ

Esquema $\overline{\text{MS}}$ (modified MS)
contra término absorbe polo en ϵ , γ y $\log(4\pi)$

Renormalización





Renormalización

Volvamos a la amplitud $\phi\phi \rightarrow \phi\phi$ en $\lambda\phi^4$

$$i\mathcal{M} = \text{tree} + \text{self-energy}(s) + \text{self-energy}(t) + \text{self-energy}(u) + \mathcal{O}(\lambda^3)$$

The diagram shows the tree-level amplitude (a simple cross) plus three one-loop self-energy diagrams. The first loop is in the s-channel, the second in the t-channel, and the third in the u-channel. Each loop diagram is labeled with its corresponding channel: $i\mathcal{M}_2(s)$, $i\mathcal{M}_2(t)$, and $i\mathcal{M}_2(u)$.

$$i\mathcal{M} \simeq -i\lambda + \frac{i\lambda^2}{32\pi^2} \left[\log \frac{\Lambda^2}{s} + \log \frac{\Lambda^2}{t} + \log \frac{\Lambda^2}{u} \right] + \mathcal{O}(\lambda^3)$$

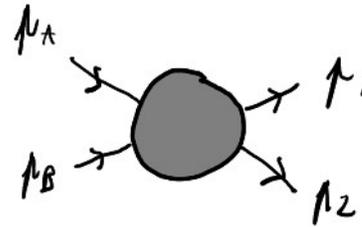
Problema aparente: \mathcal{M} depende de $\Lambda \rightarrow \infty$

Solución: entender el significado de λ



Renormalización

λ determina la magnitud de la interacción $\lambda \phi^4$



Para medir λ se hace un experimento $\phi \phi \rightarrow \phi \phi$ y se mide $d\sigma/d\Omega$ para ciertos valores de p_1, p_2, p_A, p_B y por tanto (s_0, t_0, u_0)

Como $d\sigma/d\Omega \propto |M|^2$, efectivamente se mide $|M|^2$, pero $|M|^2$ depende de todas las correcciones en λ .

Lo que se mide se define como un λ **renormalizado** λ_R .

Por lo tanto
$$-i \lambda_R \equiv -i \lambda + \frac{i \lambda^2}{32\pi^2} \left[\log \frac{\Lambda^2}{s_0} + \log \frac{\Lambda^2}{t_0} + \log \frac{\Lambda^2}{u_0} \right] + \mathcal{O}(\lambda^3) \quad \text{a una escala dada}$$

→ Esta ecuación relaciona el λ en el lagrangiano con el valor observado λ_R .



Renormalización

$$-i \lambda_R \equiv -i \lambda + \frac{i \lambda^2}{32\pi^2} \left[\log \frac{\Lambda^2}{s_0} + \log \frac{\Lambda^2}{t_0} + \log \frac{\Lambda^2}{u_0} \right] + \mathcal{O}(\lambda^3)$$

$$\lambda_R = \lambda - \frac{\lambda^2}{32\pi^2} L_0 + \mathcal{O}(\lambda^3)$$

donde

$$L_0 \equiv \log \frac{\Lambda^2}{s_0} + \log \frac{\Lambda^2}{t_0} + \log \frac{\Lambda^2}{u_0}$$

a una escala dada!

Se despeja λ

$$\lambda = \frac{16\pi^2}{L_0} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{L_0}{8\pi^2} \lambda_R} \right] + \mathcal{O}(\lambda_R^3) = \lambda_R + \frac{\lambda_R^2}{32\pi^2} L_0 + \mathcal{O}(\lambda_R^3)$$

Se sustituye en M

$$i \mathcal{M} = -i \lambda + \frac{i \lambda^2}{32\pi^2} L + \mathcal{O}(\lambda^3)$$

$$= -i \left(\lambda_R + \frac{\lambda_R^2}{32\pi^2} L_0 \right) + \frac{i}{32\pi^2} \left(\lambda_R + \frac{\lambda_R^2}{32\pi^2} L_0 \right)^2 L + \mathcal{O}(\lambda_R^3)$$

$$= -i \left(\lambda_R + \frac{\lambda_R^2}{32\pi^2} L_0 \right) + \frac{i}{32\pi^2} \lambda_R^2 L + \mathcal{O}(\lambda_R^3)$$

$$= -i \lambda_R + \frac{i}{32\pi^2} \lambda_R^2 (L - L_0) + \mathcal{O}(\lambda_R^3)$$

$$L \equiv \log \frac{\Lambda^2}{s} + \log \frac{\Lambda^2}{t} + \log \frac{\Lambda^2}{u}$$

a cualquier escala!



Renormalización

$$i\mathcal{M} = -i\lambda_R + \frac{i}{32\pi^2}\lambda_R^2(L - L_0) + \mathcal{O}(\lambda_R^3)$$

$$\begin{aligned}L - L_0 &= \left[\log \frac{\Lambda^2}{s} + \log \frac{\Lambda^2}{t} + \log \frac{\Lambda^2}{u} \right] - \left[\log \frac{\Lambda^2}{s_0} + \log \frac{\Lambda^2}{t_0} + \log \frac{\Lambda^2}{u_0} \right] \\ &= \log \frac{s_0}{s} + \log \frac{t_0}{t} + \log \frac{u_0}{u}\end{aligned}$$

$$i\mathcal{M} = -i\lambda_R + \frac{i}{32\pi^2}\lambda_R^2 \left[\log \frac{s_0}{s} + \log \frac{t_0}{t} + \log \frac{u_0}{u} \right] + \mathcal{O}(\lambda_R^3)$$

* **Finito**

* **Independiente de Λ**

* **Predice** $\mathcal{M}(s_1, t_1, u_1) - \mathcal{M}(s_0, t_0, u_0) = \frac{\lambda_R^2}{32\pi^2} \left[\log \frac{s_0}{s_1} + \log \frac{t_0}{t_1} + \log \frac{u_0}{u_1} \right] + \mathcal{O}(\lambda_R^3)$



Divergencias en $G^{(2)}$

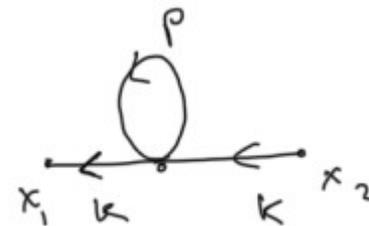
$$G^{(2)}(x_1, x_2) = \text{---} \overset{k}{\leftarrow} \text{---} \overset{x_1}{\leftarrow} \text{---} \overset{x_2}{\leftarrow} \text{---} + \text{---} \overset{k}{\leftarrow} \text{---} \overset{p}{\text{loop}} \text{---} \overset{k}{\leftarrow} \text{---} \overset{x_1}{\leftarrow} \text{---} \overset{x_2}{\leftarrow} \text{---} + \text{---} \overset{k}{\leftarrow} \text{---} \overset{p}{\text{loop}} \overset{p+k+q}{\text{loop}} \text{---} \overset{k}{\leftarrow} \text{---} \overset{x_1}{\leftarrow} \text{---} \overset{x_2}{\leftarrow} \text{---} + \dots$$

$$G^{(2)}(x_1, x_2) = \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} e^{-ikx_1} e^{ikx_2} \tilde{G}^{(2)}(k) \quad \leftarrow \text{transformada de Fourier}$$

$$\tilde{G}^{(2)} = \frac{i}{k^2 - m^2 + i\epsilon} + \frac{i}{k^2 - m^2 + i\epsilon} I_1 \frac{i}{k^2 - m^2 + i\epsilon} + \frac{i}{k^2 - m^2 + i\epsilon} I_2 \frac{i}{k^2 - m^2 + i\epsilon} + \dots$$

$$I_1 = -\frac{i\lambda}{2} \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \frac{i}{p^2 - m^2 + i\epsilon}$$

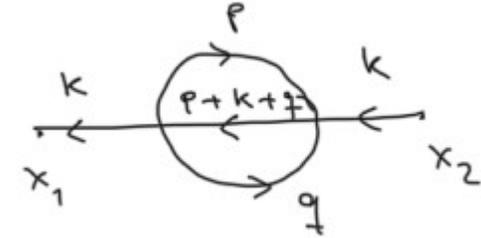
$$= i\lambda c_1 \left[\Lambda^2 - m^2 \log\left(\frac{\Lambda^2}{m^2}\right) + \dots \right]$$





Divergencias en $G^{(2)}$

$$I_2 = \frac{(-i\lambda)^2}{6} \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \frac{i}{p^2 - m^2 + i\epsilon} \frac{i}{q^2 - m^2 + i\epsilon} \frac{i}{(k+p+q)^2 - m^2 + i\epsilon}$$



Por invariancia de Lorentz

$$I_2 = D + E k^2 + F k^4 + \dots$$

$$D = I_2|_{k=0} \sim i c_2 \lambda^2 \Lambda^2 + \dots \quad \leftarrow \text{divergencia cuadrática}$$

Para determinar E se deriva con respecto a $r \equiv k^2$ luego de evalúa en $k = 0$

$$\frac{\partial I_2}{\partial r} = \frac{1}{2r} k^\mu \frac{\partial I_2}{\partial k^\mu}$$

$$E = \lim_{k \rightarrow 0} \frac{\partial I_2}{\partial r} \sim \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \frac{i}{p^2 - m^2 + i\epsilon} \frac{i}{q^2 - m^2 + i\epsilon} \frac{i}{[(p+q)^2 - m^2 + i\epsilon]^2}$$

$$\sim i c_3 \lambda^2 \log \frac{\Lambda^2}{m^2} + \dots \quad \leftarrow \text{divergencia logarítmica}$$

Similarmente, se obtiene que F es finita

$$I_2 = i \lambda^2 \left[c_2 \Lambda^2 + c_3 k^2 \log \frac{\Lambda^2}{m^2} \right] + \dots$$



Divergencias en $G^{(2)}$

$$\tilde{G}^{(2)} = \frac{i}{k^2 - m^2 + i\epsilon} + \frac{i}{k^2 - m^2 + i\epsilon} I_1 \frac{i}{k^2 - m^2 + i\epsilon} + \frac{i}{k^2 - m^2 + i\epsilon} I_2 \frac{i}{k^2 - m^2 + i\epsilon} + \dots$$

$$= \frac{i}{k^2 - m^2 + i\epsilon} \left[1 + I_1 \frac{i}{k^2 - m^2 + i\epsilon} + I_2 \frac{i}{k^2 - m^2 + i\epsilon} + \dots \right]$$

$$= \frac{i}{k^2 - m^2 + i\epsilon} \left[1 - \frac{\lambda c_1 \left[\Lambda^2 - m^2 \log \left(\frac{\Lambda^2}{m^2} \right) \right]}{k^2 - m^2 + i\epsilon} - \frac{\lambda^2 \left[c_2 \Lambda^2 + c_3 k^2 \log \frac{\Lambda^2}{m^2} \right]}{k^2 - m^2 + i\epsilon} + \dots \right]$$

$$= \frac{i}{k^2 - m^2 + i\epsilon} \left[\frac{1}{1 + \frac{\lambda c_1 \left[\Lambda^2 - m^2 \log \left(\frac{\Lambda^2}{m^2} \right) \right]}{k^2 - m^2 + i\epsilon} + \frac{\lambda^2 \left[c_2 \Lambda^2 + c_3 k^2 \log \frac{\Lambda^2}{m^2} \right]}{k^2 - m^2 + i\epsilon} + \dots} \right]$$

$$= \frac{i}{k^2 - m^2 + i\epsilon + \lambda c_1 \left[\Lambda^2 - m^2 \log \left(\frac{\Lambda^2}{m^2} \right) \right] + \lambda^2 \left[c_2 \Lambda^2 + c_3 k^2 \log \frac{\Lambda^2}{m^2} \right]} + \dots$$

$$= \frac{i}{(1+b)k^2 - (m^2 - a) + i\epsilon}$$

$$= \frac{i(1+b)^{-1}}{k^2 - \frac{m^2 - a}{1+b} + i\epsilon}$$

$$a \equiv \lambda c_1 \left[\Lambda^2 - m^2 \log \left(\frac{\Lambda^2}{m^2} \right) \right] + \lambda^2 c_2 \Lambda^2 + \dots$$

$$b \equiv c_3 \lambda^2 \log \frac{\Lambda^2}{m^2} + \dots$$

In[19]:= Series[$\frac{1}{1+x}$, {x, 0, 1}]

Out[19]= 1 - x + O[x]²



Divergencias en $G^{(2)}$

$$\tilde{G}^{(2)} = \frac{i(1+b)^{-1}}{k^2 - \frac{m^2-a}{1+b} + i\epsilon}$$

$$\frac{1}{k^2 - m^2 + i\epsilon} \rightarrow \frac{(1+b)^{-1}}{k^2 - \frac{m^2-a}{1+b} + i\epsilon} = \frac{(1+b)^{-1}}{k^2 - m_R^2 + i\epsilon}$$

* el polo se corre de m a m_R

$$m_R^2 = \frac{m^2 - a}{1+b} = m^2 - \lambda c_1 \left[\Lambda^2 - m^2 \log \left(\frac{\Lambda^2}{m^2} \right) \right] + \mathcal{O}(\lambda^2)$$

$$m^2 = m_R^2 + \lambda c_1 \left[\Lambda^2 - m_R^2 \log \left(\frac{\Lambda^2}{m_R^2} \right) \right] + \mathcal{O}(\lambda^2)$$

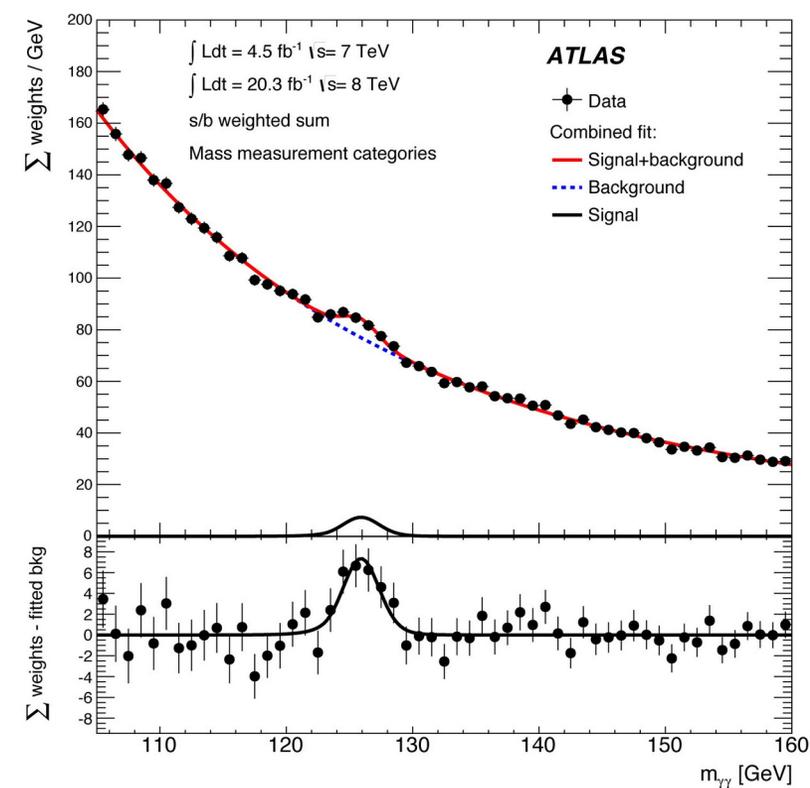
← renormalización de la masa

* el residuo en el polo se modifica de 1 a $(1+b)^{-1}$

$$\frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi \rightarrow \frac{1}{2} (1+b) \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi_R \partial^\mu \phi_R$$

$$\phi_R = \sqrt{1+b} \phi \rightarrow \phi = (1+b)^{-1/2} \phi_R \quad \leftarrow \text{renormalización del campo } \phi$$

$$\frac{1}{k^2 + \dots} \rightarrow \frac{1}{(1+b)k^2 + \dots} \quad \text{en el propagador}$$





Contra términos

Lo que hemos hecho hasta ahora:

Se reescriben los parámetros originales (ϕ, m, λ) en términos de los parámetros renormalizados (ϕ_R, m_R, λ_R) , para que la dependencia en Λ desaparezca.

Se procede sistemáticamente a todos los órdenes incluyendo contra términos dependientes de ϕ_R, m_R y λ_R .

$$\lambda = \lambda_R + \frac{\lambda_R^2}{32\pi^2} \left[\log \frac{\Lambda^2}{s_0} + \log \frac{\Lambda^2}{t_0} + \log \frac{\Lambda^2}{u_0} \right] + \mathcal{O}(\lambda_R^3)$$

$$m^2 = m_R^2 + \lambda_R c_1 \left[\Lambda^2 - m_R^2 \log \left(\frac{\Lambda^2}{m_R^2} \right) \right] + \mathcal{O}(\lambda_R^2)$$

$$\phi = \phi_R - \frac{c_3}{2} \lambda_R^2 \phi_R \log \frac{\Lambda^2}{m_R^2} + \mathcal{O}(\lambda_R^3)$$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - \frac{1}{2} m^2 \phi^2 - \frac{1}{4!} \lambda \phi^4$$

$$= \underbrace{\frac{1}{2} \partial_\mu \phi_R \partial^\mu \phi_R - \frac{1}{2} m_R^2 \phi_R^2 - \frac{1}{4!} \lambda_R \phi_R^4}_{\mathcal{L}_R} + \underbrace{\frac{1}{2} \delta_Z \partial_\mu \phi_R \partial^\mu \phi_R - \frac{1}{2} \delta_m \phi_R^2 - \frac{1}{4!} \delta_\lambda \phi_R^4}_{\mathcal{L}_{CT}}$$

Sólo se necesitan **3** contra términos, todos de la misma forma que los términos originales

Los coeficientes $\delta_Z, \delta_m, \delta_\lambda$ dependen de λ_R y se determinan iterativamente.



Contra términos: ejemplo

Amplitud $\phi\phi \rightarrow \phi\phi$ en $\lambda\phi^4$

$$i\mathcal{M} = \underbrace{\text{tree} + \text{1-loop} + \text{2-loop} + \text{3-loop}}_{\text{se calculan con } \mathcal{L}_R} + \underbrace{\text{4-point vertex}}_{\text{contribución de } -\frac{\delta\lambda}{4!}\phi_R^4 \text{ en } \mathcal{L}_{CT}} + \dots$$

$$i\mathcal{M} = -i\lambda_R + \frac{i\lambda_R^2}{32\pi^2} \left[\log \frac{\Lambda^2}{s} + \log \frac{\Lambda^2}{t} + \log \frac{\Lambda^2}{u} \right] - i\delta\lambda + \mathcal{O}(\lambda_R^3)$$

En particular, se hizo una medida para (s_0, t_0, u_0)

$$\mathcal{M}(s_0, t_0, u_0) = -\lambda_R + \frac{\lambda_R^2}{32\pi^2} \left[\log \frac{\Lambda^2}{s_0} + \log \frac{\Lambda^2}{t_0} + \log \frac{\Lambda^2}{u_0} \right] - \delta\lambda + \mathcal{O}(\lambda_R^3) = -\lambda_R$$

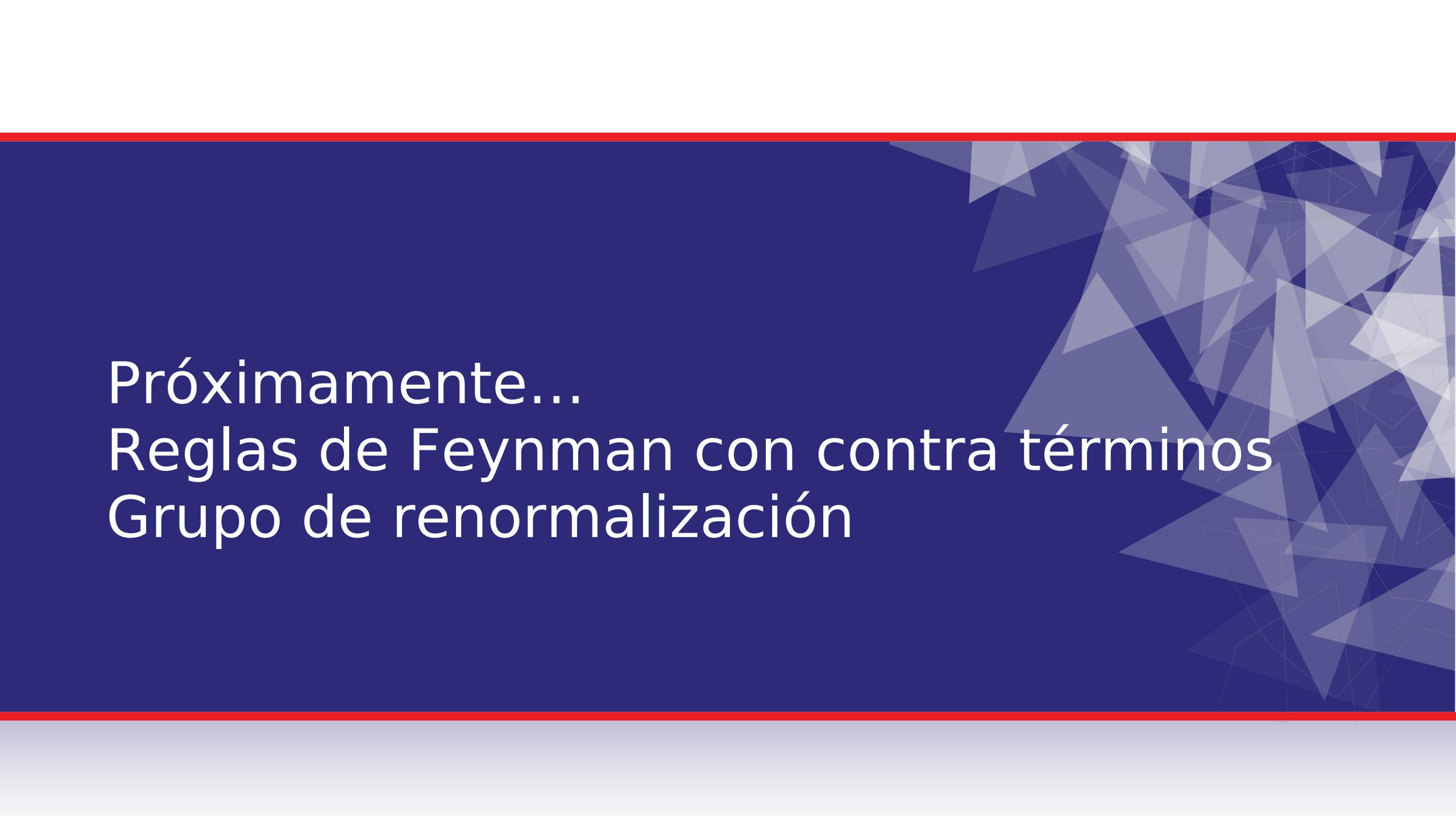
Por lo tanto \rightarrow

$$\delta\lambda = \frac{\lambda_R^2}{32\pi^2} \left[\log \frac{\Lambda^2}{s_0} + \log \frac{\Lambda^2}{t_0} + \log \frac{\Lambda^2}{u_0} \right] + \mathcal{O}(\lambda_R^3)$$

Sustituyendo

$$i\mathcal{M} = -i\lambda_R + \frac{i\lambda_R^2}{32\pi^2} \left[\log \frac{s_0}{s} + \log \frac{t_0}{t} + \log \frac{u_0}{u} \right] + \mathcal{O}(\lambda_R^3)$$

\rightarrow igual que antes



Próximamente...

Reglas de Feynman con contra términos

Grupo de renormalización



<http://laconga.redclara.net>



contacto@laconga.redclara.net



lacongaphysics



Latin American alliance for
Capacity buildiNG in Advanced physics

LA-CoNGA physics



Cofinanciado por el
programa Erasmus+
de la Unión Europea

El apoyo de la Comisión Europea para la producción de esta publicación no constituye una aprobación del contenido, el cual refleja únicamente las opiniones de los autores, y la Comisión no se hace responsable del uso que pueda hacerse de la información contenida en la misma.