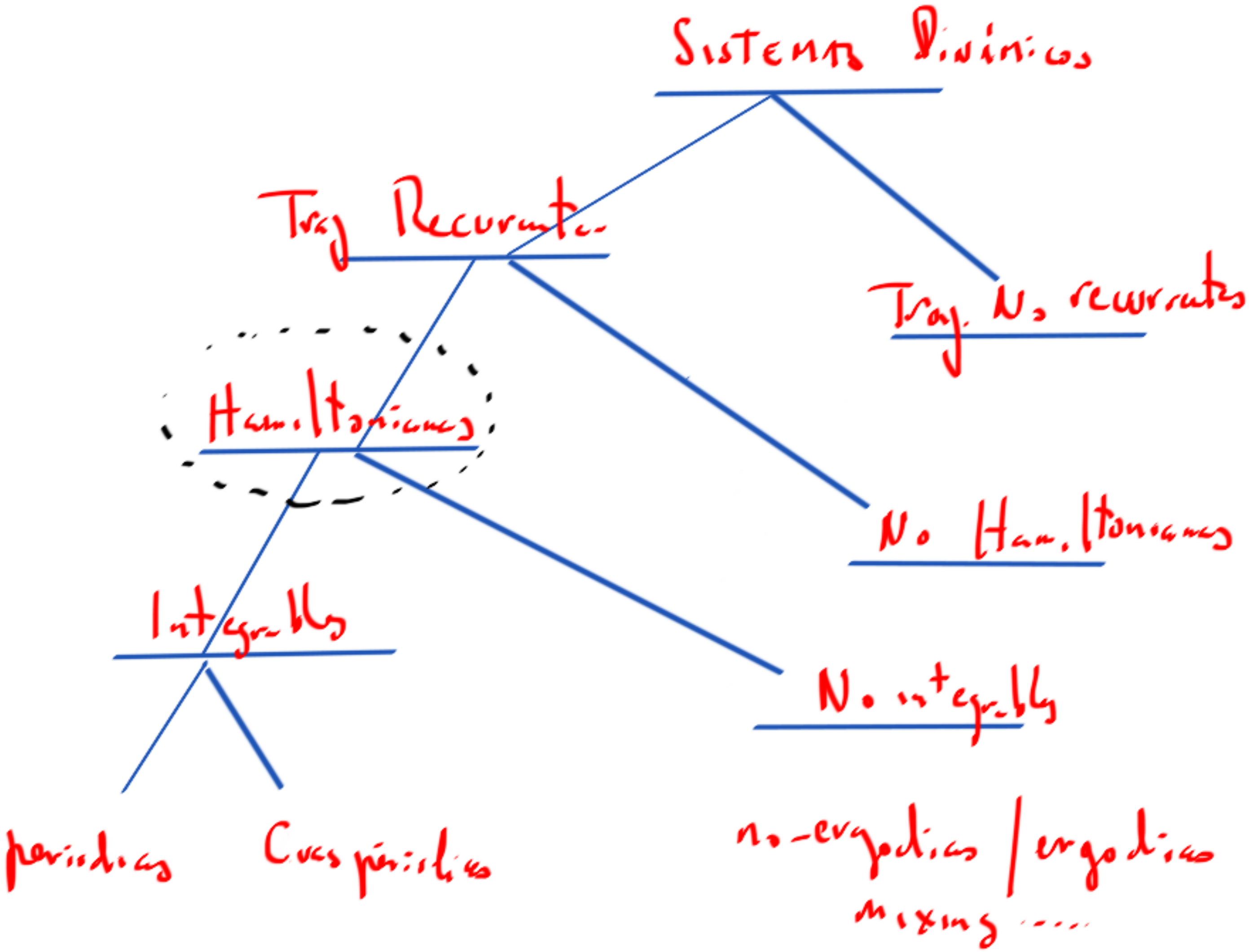
Buenos Dias!

Curso: Dinámica de F.C.

Semestre 2 La CONGA

Ernesto Medina


Sistemas Dinámicos
Tray. Recurrentes
Tray. No recurrentes
Hamiltonianos
No Hamiltonianos
Integrables
No integrables
periódicas
Cuasiperiódicas
no-ergódicas / ergódicas
mixing ....

Descripción en el espacio de fase

$$\vec{X}^N = (\vec{q}_1, \ldots, \vec{q}_N, \vec{p}_1, \ldots, \vec{p}_N)$$

un punto en el espacio de fase

- $\rho(\vec{X}^N, t)$ densidad de probabilidad de que el sistema esté en $\vec{X}^N, \vec{X}^N + d\vec{X}^N$ en el tiempo t

$$\int \rho(\vec{x},t)\, dx^N = 1$$

Cambios en la densidad

$$\frac{\partial P(V_0)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{V_0} \rho(\vec{x}^N,t)\, d\vec{x}^N$$

$$= -\oint_{S_0} \rho(\vec{x}^N,t)\, \dot{\vec{X}}^N \cdot d\vec{S}^N$$

T. Gauss

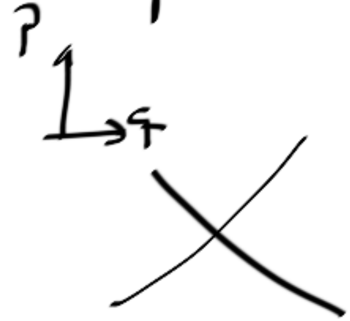
$$= -\int_{V_0} \vec{\nabla}\cdot\left[\rho(\vec{x}^N,t)\, \dot{\vec{X}}^N\right] d\vec{x}^N$$

$$\frac{\partial \rho(\vec{x},t)}{\partial t} + \vec{\nabla}_{\bar{x}^N} \cdot \left(\rho(\bar{x}^N,t)\, \dot{\vec{X}}^N \right) = 0$$

H.W.

$$\underbrace{\vec{\nabla}_{\bar{x}^N} \cdot \dot{X}^N = 0}_{\text{Trayectorias Hamilt. no se cruzan en el espacio de fases}}$$

flujo incompresible
Hamiltoniano en el espacio de fases



no es posible

$$\vec{\nabla}\cdot(\rho\dot{\vec{x}}) = \rho\underset{\substack{\downarrow\\ 0}}{\vec{\nabla}\cdot\dot{\vec{x}}} + \dot{\vec{x}}\cdot\vec{\nabla}\rho$$

$$\frac{\partial\rho(\vec{x}^N,t)}{\partial t} = -\dot{\vec{x}}^N\cdot\vec{\nabla}_{\vec{x}^N}\rho(\vec{x}^N,t)$$

$$\frac{d\rho(\vec{x}^N,t)}{dt} = \frac{\partial\rho(\vec{x}^N,t)}{\partial t} + \dot{\vec{x}}^N\cdot\vec{\nabla}_{\vec{x}^N}\rho(\vec{x}^N,t) = 0$$

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} = -i\mathcal{L}^N\rho(\vec{x}^N,t)$$

$$\mathcal{H}^N = \dot{\vec{X}}^N \cdot \vec{\nabla}_x$$

$$= \sum_j^N \left(\frac{\partial H}{\partial \vec{p}_j} \cdot \frac{\partial}{\partial \vec{q}_j} - \frac{\partial H}{\partial \vec{q}_j} \cdot \frac{\partial}{\partial \vec{p}_j} \right)$$

corchete de Poisson

La media de todas las ec. de movimiento

$$i \frac{\partial \rho(\vec{X}^N, t)}{\partial t} = \underbrace{-i \mathcal{H}^N}_{L^N} \rho(\vec{X}^N, t)$$

L^N operador de Liouville

semejante con la ec. de Schrodinger

Jerarquia BBGKY

Sistema de ecuaciones de evolución temporal

hipótesis de caos molecular

Grupo Renormalización

eliminación de k grandes $\Rightarrow$ λ pequeños

deja libres los λ más grandes

$\Rightarrow$ comportamiento macro

accede a Hamiltonianos efectivos

que describen el comportamiento

MACRO

En el tiempo queremos hacer un ejercicio similar

escalas τ ....
de

integro sobre las τ mas cortas
→ estacionario
o equilibrio

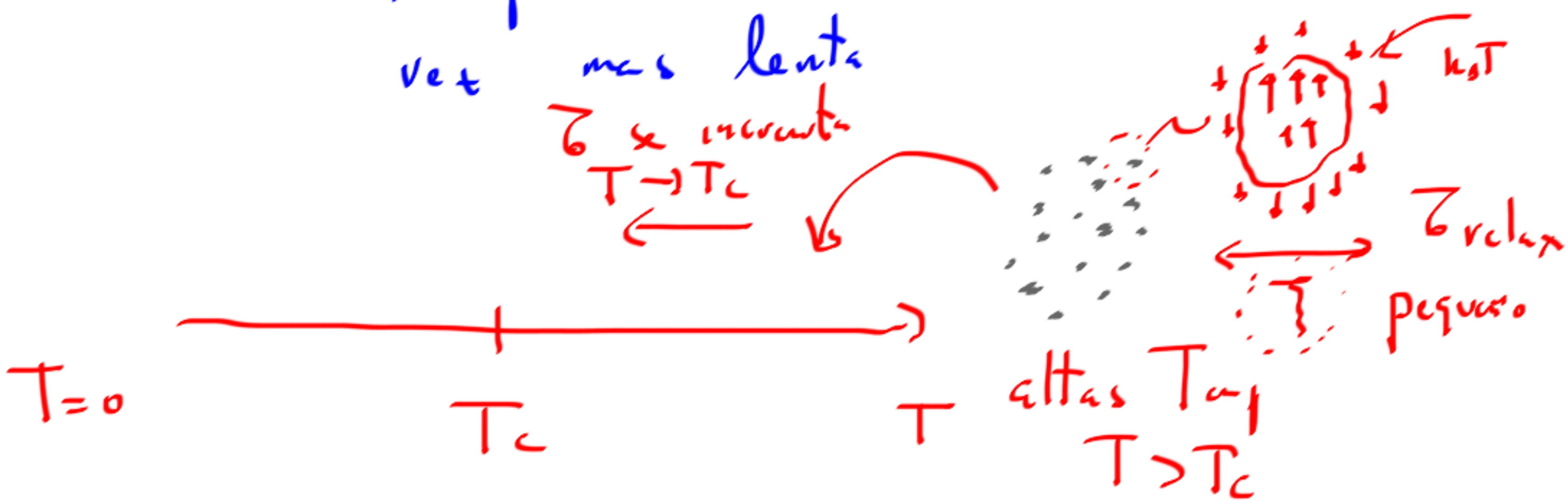
Ec. Langevin

ec de Movimiento

Constante de tiempo integrada se constituye en un reservorio:
→ Fricción
→ Forzamiento

Dinámica cerca de criticalidad

Alentamiento crítico: Cuando uno se acerca a un punto crítico las relajación del sistema se hace cada vez más lenta



$$\phi_M(t) = \frac{\langle M(0)\,M(t)\rangle - \langle M\rangle^2}{\langle M^2\rangle - \langle M\rangle^2}$$

$t = 0 \quad \Rightarrow 1$

$t = \infty$ y $M(t)$ y $M(0)$ se descorrelacionan

$\phi_M \Rightarrow 0$

$$\phi(t) \rightarrow e^{-t/\tau}$$

⇝ exponente dinámico

$$\tau \propto \xi^z \propto |T - T_c|^{-\nu z}$$

hipótesis de escalamiento temporal

relación espacio con tiempo

otras dep temporales que $\exists$

$$\phi_m(t) \propto e^{-(t/\tau)^u} \qquad u < 1$$

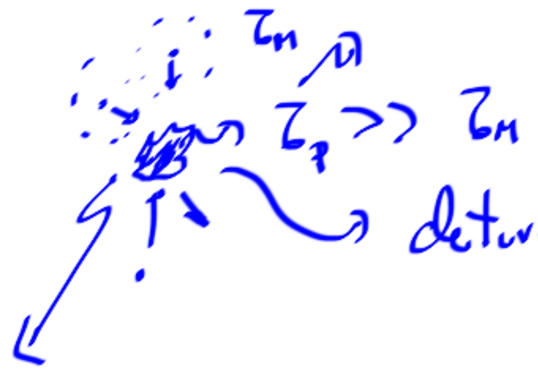
Escenario de universalidad mas complicado en dinámica

espacio (equilibrio) ; $\alpha, \nu, \beta \ldots$

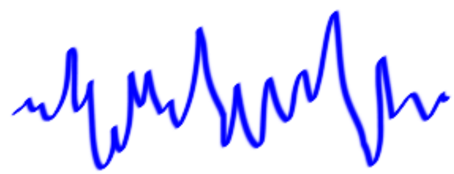
$$z_1 \swarrow \quad z_2 \downarrow \quad z_3 \searrow \quad z_4 \searrow$$

varias clases de universalidad

Movimento Browniano:



determinística e Hamiltoniano



$$\langle \xi \rangle = 0$$

$$\langle \xi(t)\,\xi(0) \rangle = D\,\delta_t$$

1) No podemos obviar hacer una hipótesis sobre ec. de mov.

$\Rightarrow$ Langevin

2) Perdemos la ergodicidad

$\Rightarrow$ siempre estamos fuera del equilibrio

Latices Ensamblados:

Mecanica estadistica convencional

μ - canonico $\quad P(\{\vec{x},\vec{p}\}) \propto \dfrac{\delta(E - \mathcal{H}(\{\vec{x},\vec{p}\}))}{\Omega}$

ergocidad

gran canonic $\quad P(\{\vec{x},\vec{p}\}) \propto e^{-\beta \mathcal{H}(\{\vec{x},\vec{p}\})}$

$$\langle A \rangle = \int \prod_i dx_i\, dp_i \; P(\{\bar{x},\bar{p}\})\, A(\{\bar{x},\bar{p}\})$$

¿Que tipo de sistemas no son descritos por Mec. est. convencional?

- Alentamiento crítico

$$t \sim (\xi)^z \sim L^z$$

ancho de dedos de estructura

$\rightarrow R(t) \sim t^{1/z}$ $\Rightarrow$ $\tau \sim L^{1/z}$

y

$\tau \to \infty$ $L \to \infty$

- 'Coarsening'

$\Rightarrow$ a los tiempos exp no hay relajación al equilibrio

- envejecimiento
- vidrio

Driven systems (fuera del equilibrio)

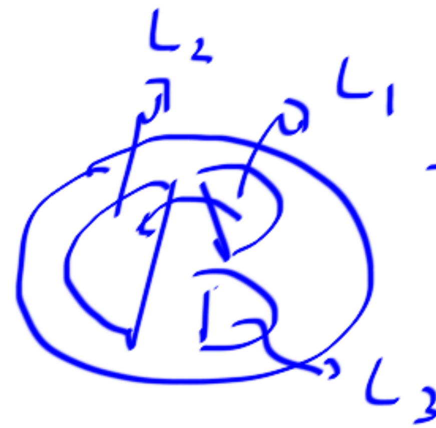
- Inyección de energía o materia

materia activa

- Procesos de deposición
- Difusión forzada

Integrabilidad: KPZ

rompe Ergodicidad



fuera del equilibrio