Buenas tardes!

Clase 2 MC + DM.

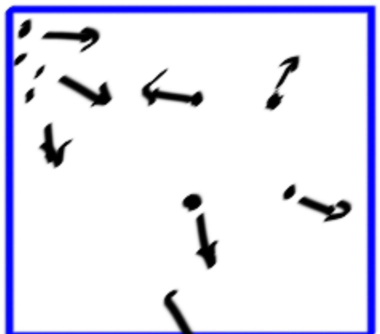
La CONGA

Ernesto Medina

Muestreo de importancia

DM

evolución temporal



10^{23} partículas

$3N$ grados de libertad

$6N$ coordenadas

Gibbs Teoría de los ensembles

MC { promedios sobre configuraciones

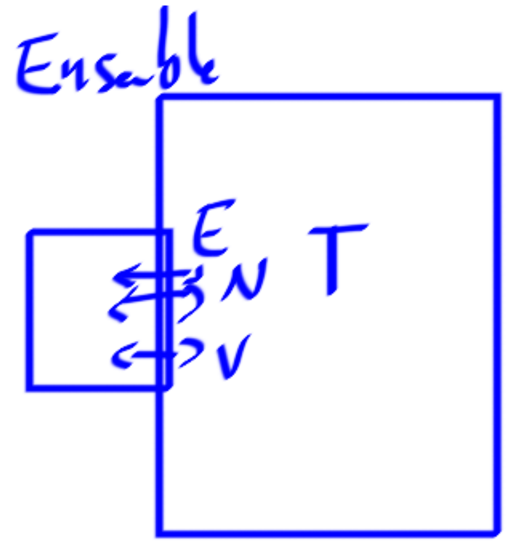
$T \rightarrow$ $\uparrow \downarrow \downarrow$

$\uparrow \downarrow \downarrow$

Sist. Térmicos

en la vecindad del equilibrio

$$P_r(\epsilon) = \frac{e^{-\beta \epsilon_r}}{Z}$$



N, V, T

P, N, T

Aquí no hay noción de evolución temporal, no hay dinámica

- Características del equilibrio

  balance detallado

  $\Rightarrow$ corrientes macroscópicas

  $$P_{a \to b} = P_{b \to a}$$

- Reversión temporal

  $t \to -t$ no se puede distinguir físicamente

- Teorema del límite central ←
- Procesos de Markov

$\Downarrow$

MC de Cadenas de Markov

Experimentos aleatorios:

Dado un espacio de muestras/eventos Ω incluye el universo de posibles resultados de un experimento

Definimos probabilidad como una regla que asigna un # entre $[0,1]$

Cada evento A $\quad 0 \leq P(A) \leq 1$

$$P(\Omega) = P\left(\bigcup_i A_i\right) = 1$$

$$= \sum_i P(A_i) = 1 \quad \text{norma}$$

$$\bigcup_i A_i = \Omega$$

Probabilidad clásica: Asume que los eventos son disjuntos (Válido para información cuántica)

<u>Ex.</u> 3 monedas H, T

$$\Omega = \{HHH, HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH, TTT\}$$

8 posibles eventos

A = eventos cuya 3ra moneda sea sello T

$$A = \{HHT, HTT, THT, TTT\}$$

trivialish $\quad P(A) = 4/8 = 1/2$

Probabilidad Condicional:

Cual es la probabilidad de A si ocurre B

$\Rightarrow$ espacio de eventos se ve reducido por la ocurrencia de B

$A \cap B$

$$\frac{P(A \cap B)}{P(B)} = P(A|B)$$

definición de prob condicional

Ex.

HHH HHT HTH

THH HTT THT

TTH TTT

3 monedas

cada una 2 posibilidades

$2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$

posibilidades

combinatoria

2 caras

$B = \{HHT, HTH, THH\}$

$A = \{HHH, HHT, HTH, HTT\}$

$$P(A \cap B) = 2/8$$

$$P(B) = 3/8$$

$$P(A|B) = \frac{2/8}{3/8}$$

$$= 2/3$$

$$P(A|B) = \frac{2}{3}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$

$$P(B|A) = \frac{P(A\cap B)}{P(A)}$$

$$P(A\cap B) = P(A,B)$$ probabilidad conjunta

$$P(A,B) = P(B|A)\,P(A) = P(A|B)\,P(B)$$

$$P(A_1, A_2) = P(A_1)\,P(A_2 | A_1)$$

$$P(A_1, A_2, A_3) = \underbrace{P(A_1)\,P(A_2 | A_1)}\,P(A_3 | A_1 A_2)$$

$$= P(A_1, A_2)\,P(A_3 | A_1 A_2)$$

Jugar con combinaciones

$$P(A_1 \ldots A_n) = P(A_1)\,P(A_2 | A_1)\,P(A_3 | A_1 A_2) \ldots\ldots P(A_n | A_1 \ldots A_{n-1})$$

Teorema: Si $B_1, B_2, \dots, B_n$ es una partición de Ω donde B_i son disjuntos (no hay solapamiento)

$$\bigcup_i B_i = \Omega$$

$$\Rightarrow \quad P(A) = \sum_i P(A \cap B_i)$$

$$\sum_i^n P(A \mid B_i)\, P(B_i) = \sum_i P(A, B_i)$$

Regla de Bayes

$$P(B_j \mid A) = \frac{P(A \mid B_j)\, P(B_j)}{P(A)}$$

$$P(B_j \mid A)\, P(A) = P(A \mid B_j)\, P(B_j)$$

$$P(B_j \mid A) = \frac{P(A \mid B_j)\, P(B_j)}{\sum_{i=1}^{n} P(A \mid B_i)\, P(B_i)}$$

Eventos independientes:

Si A y B son independientes

$\Rightarrow P(A|B) = P(A)$ A y B indep.

$$\underline{\underline{P(A|B)}} = \frac{P(A,B)}{P(B)} = \frac{P(A)\cancel{P(B)}}{\cancel{P(B)}}$$

$$= P(A)$$

Eventos disjuntos

Distribuciones continuas

$$P(a \leq x < b) = \int_a^b \underbrace{f(x)}_{\text{densidad de prob.}} \, dx$$

$$0 < P < 1$$

$f(x)\,dx \rightarrow$ prob.

$0 < \underbrace{f(x)}_{} < \infty \rightarrow$ densidad

Probabilidad acumulada ↓

$$F(x) = P(X < x) = \int_{-\infty}^{x} f(u)\,du$$

$$= \mathcal{F}(x) - \mathcal{F}(-\infty)$$

$$\frac{dF(x)}{dx} = f(x)$$

$$= \frac{d\mathcal{F}(x)}{dx}$$

Tarea

si $h \ll 1$

$$P(x \leq X < x+h) = \int_{x}^{x+h} f(u)\,du \simeq h f(x)$$

Esperanza: Expectation value

$$E[X] = \langle X \rangle = \begin{cases} \sum_x x\,P(x) & \text{discreto} \\ \int_{-\infty}^{\infty} x\,f(x)\,dx & \text{cont.} \end{cases}$$

$$\rightarrow E[h(x)] = \begin{cases} \sum_x h(x)\,P(x) \\ \int_{-\infty}^{\infty} h(x)\,f(x)\,dx \end{cases}$$

$$\mathrm{Var}[X] = E[(X - E[X])^2]$$

$$= E[X^2 - 2X\,E[X] + E^2[X]]$$

$$= E[X^2] - 2E[X\,E[X]] + E[E^2[X]]$$

$$= E[X^2] - \cancel{2}E[X]E[X] + \cancel{E^2[X]}$$

$$\sigma^2 = \mathrm{Var}[X] = E[X^2] - E^2[X]$$

fluctuaciones de X

Bounds $\Rightarrow$ cotas

$$E[X] = \int_0^x t f(t)\,dt + \int_x^\infty t f(t)\,dt \geq \int_x^\infty t f(t)\,dt$$

desigualdad de Markov

$$\geq \int_x^\infty x f(t)\,dt = x \int_x^\infty f(t)\,dt$$

$$\frac{E[X]}{x} \geq \underline{\underline{P(X > x)}} \Leftarrow E[X] \geq x\,P(X > x) \;//$$

$$P(|X-\mu| \geq x) \leq \frac{\sigma^2}{x^2}$$

$E[X]=\mu$

$$E[(X-\mu)^2] = \sigma^2 \quad //$$

2da desigualdad de Markov.

$\exists$ de $E[x]=\mu$, $E[(X-\mu)^2]$ y

$\Rightarrow$ garantiza convergencia T.L.C.//

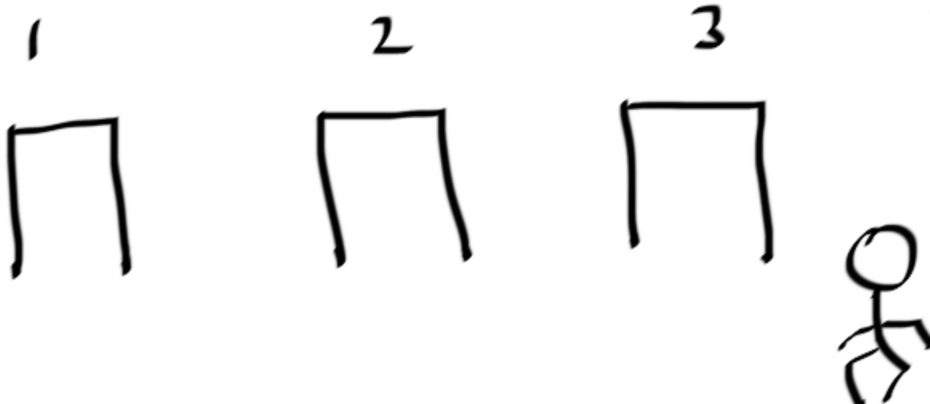
$$\frac{\mathrm{Var}(E)}{\langle E \rangle^2} \to \frac{1}{N}$$

y

Las fluctuaciones menores comparadas con las medias

Problema / Tarea: Monty-Hall problem

Problema de las 3 puertas:



detrás de una de las puertas está un premio

Cambiar o no cambiar su elección

luego de que el anfitrión abre una de las puertas

X_i = puerta escogida i

C_i = puerta del carro

H_i = puerta abierta por el anfitrión.

Si el conc. escoge la puerta 1

$$P(C_2 | H_3 X_1) = \frac{P(C_2, H_3, X_1)}{P(H_3, X_1)}$$

$$1 \cdot \frac{P(C_2)P(X_1)}{P(H_3, X_1)} = \frac{\overset{1}{P(H_3 | C_2 X_1)}\, P(C_2, X_1)}{P(H_3, X_1)}$$

$$\frac{P(C_2)\,P(X_1)}{P(H_3, X_1)} = \frac{P(C_2)\,\cancel{P(X_1)}}{\underline{P(H_3 \mid X_1)}\,\cancel{P(X_1)}}$$

no asume que el carro está en 2

$$= \frac{1/3}{1/2}$$

$$P(C_2 \mid H_3\, X_1) = 2/3 \quad //$$

$\Rightarrow$ conviene cambiar de puerta.

Posibles proyectos.

1) $P(C_1 \mid H_3 X_1)$

2) $P(C_2, H_3, X_1)$

algún otro proyecto de interés

Tarea: Gitlab