

# Introducción al circuito de Chua en el laboratorio

Werner Brämer-Escamilla

## 1. Oscilaciones

En líneas generales los movimientos oscilatorios se refieren a vibraciones paramétricas, éstas ocurren en sistemas mecánicos, estructuras, circuitos electrónicos, etc. Las vibraciones paramétricas se clasifican en deterministas, caóticas y aleatorias (random) [1].

Los sistemas oscilatorios deterministas pueden cambiar su estado de periodicidad a caos, al variar uno o varios de sus parámetros. En el campo de la instrumentación y otras áreas de la ciencias aplicadas, es importante poder evaluar la estabilidad de los montajes desarrollados a fin de conocer cuáles son los rangos de los parámetros que deseamos variar de forma de mantenernos en una zona lineal y predecible [1]. Muchos sistemas trabajan en zonas no lineales, que si no son mantenidos cuidadosamente controlados mediante retroalimentación, alcanzan rápidamente estados donde se pierde el control, terminando en resultados catastróficos. Por otro lado, en aplicaciones tales como comunicaciones seguras, criptografía, o simulaciones de sistemas complejos, el comportamiento caótico de un circuito electrónico puede ser deseable.

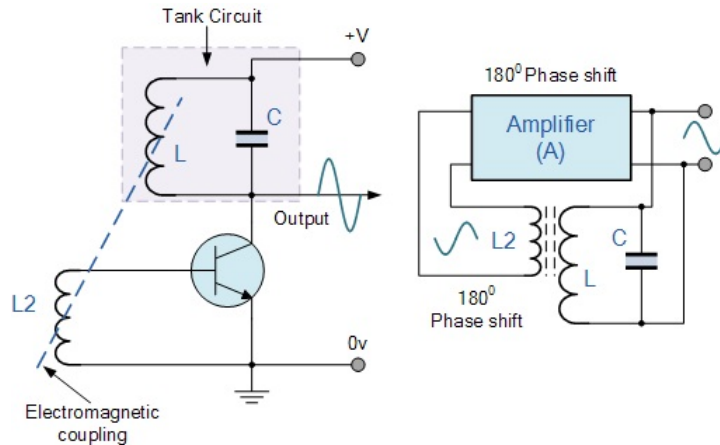


Figura 1: Oscilador básico con retroalimentación inductiva.

En electrónica, los circuitos que generan oscilaciones tienen mucha relevancia. Las oscilaciones electrónicas pueden obtenerse usando de un gran variedad dispositivos que se basan en diferentes principios. De todos, el más común históricamente es el oscilador que posee un circuito tanque o LC en paralelo. Como sabemos, las disipaciones térmicas y electromagnéticas terminan amortiguando las oscilaciones. Para subsanar este inconveniente, se utiliza la retroalimentación para mantener las oscilaciones en el tiempo. En la figura 1, a mano derecha, se muestra un oscilador básico

con retroalimentación inductiva. En la parte izquierda de la figura 1 se muestra esquemáticamente el mismo oscilador, indicando el circuito tanque, el acoplamiento inductivo, y el amplificador que es parte del esquema de retroalimentación. Es importante recalcar la fase de la onda que entra en el amplificador; en este caso es de  $180^\circ$  [2].

La retroalimentación es, hoy por hoy, una de las herramienta de mayor uso en el control de una cantidad de procesos. Dado la complejidad y amplitud que ha alcanzado, hay muchos estudios especializados en este importante tema. Un sistema muy utilizado en el control de temperatura de sistemas criogénicos y hornos es el PID (proportional–integral–derivative controller). Nuestro interés es mostrar: (i) la necesidad de tener sistemas retroalimentados en osciladores, donde su núcleo sea un sistema tanque; y (ii) que existen dos tipos de retroalimentación, negativa y positiva. La figura 2 muestra un esquema de bloques básico de retroalimentación; dependiendo de los valores de  $A$  y  $\beta$  tendremos un sistema con retroalimentación positiva o negativa [3].

$$\text{Si } A\beta > 0 \rightarrow \text{negative feedback.} \quad (1)$$

$$\text{Si } A\beta < 0 \rightarrow \text{positive feedback.} \quad (2)$$

Aquí  $A$  es la ganancia en lazo abierto y  $\beta$  es el parámetro de retroalimentación.  $A\beta$  es la ganancia en lazo cerrado.

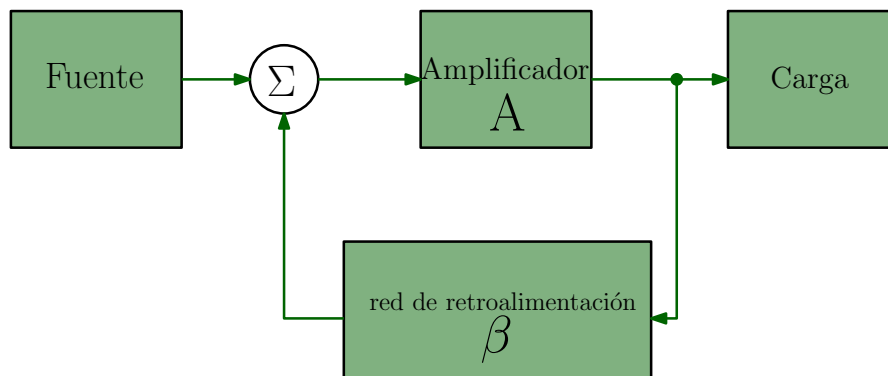


Figura 2: Bloques básicos de retroalimentación.

## 2. Circuito de Chua

El circuito Chua es un oscilador con un núcleo tanque  $LC$  y un circuito de retroalimentación compuesto por un condensador y una resistencia (RC). El amplificador del sistema está compuesto por una resistencia negativa no lineal. La figura 3 muestra el esquema electrónico del circuito de Chua. Los parámetros relevantes son los valores de  $\beta$ , que están físicamente relacionados con  $R_1$  y  $C_2$ .

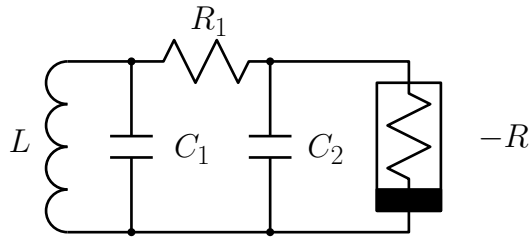


Figura 3: Circuito Chua.

La resistencia negativa ( $-R$ ) posee tres zonas, todas con pendientes negativas. En un gráfico I-V de la figura 4 se muestran las tres zonas. Los valores de las pendientes de los extremos son iguales y de menor valor que la pendiente central. Recordemos que en este tipo de gráfico, las pendientes son iguales a  $1/R$ .

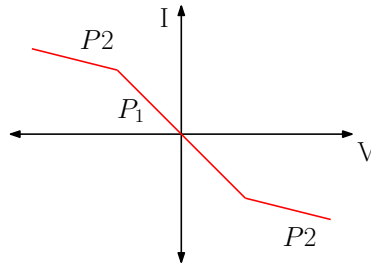


Figura 4: Curva I-V de la resistencia negativa en el circuito de Chua.

Cuando el circuito de Chua se encuentra en estado de caos, se puede visualizar en un osciloscopio el atractor extraño correspondiente, como muestra la figura 5.

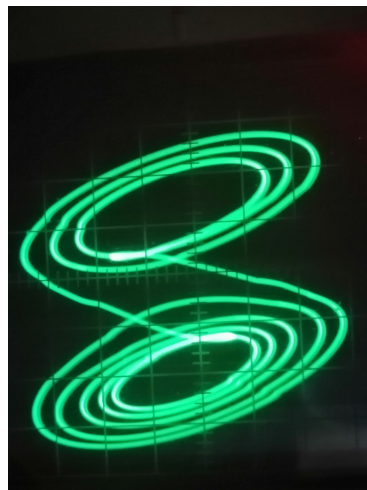


Figura 5: Foto de la señal del circuito Chua donde aprecian los dos atractores

### 3. Laboratorio del circuito Chua

#### Generalidades

El primer objetivo de nuestra práctica con el circuito de Chua, es que el/la estudiante tenga la oportunidad de ver todo el montaje experimental y ver cómo funciona. El segundo objetivo es realizar un experimento en sí mismo, el cual contempla dar a los estudiantes la posibilidad de poder interaccionar con el sistema, cambiando parámetros de forma remota. Este último objetivo es un extra, que se espera tenga éxito dadas las dificultades de conexión por Internet y el retardo de tiempo desde que el usuario mande una información hasta que ésta sea recibida y procesada. No obstante, consideramos que involucrar a los estudiante en este tipo de eventos es de vital importancia, ya que hoy en día (y no sólo por la pandemia), se están creando muchos laboratorios con acceso a distancia vía Internet.

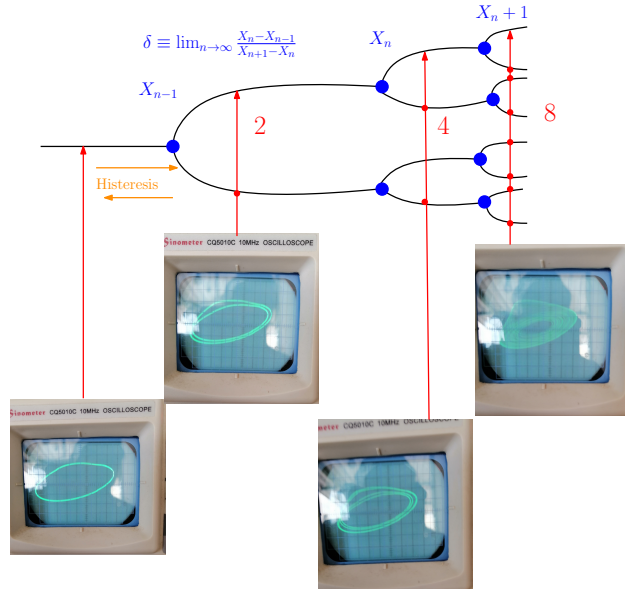


Figura 6: Diagrama de Feigenbaum y lo que se observa en el osciloscopio para los valores de bifurcación de la secuencia de período doble en la transición al caos.

Una vez obtenidos los datos de las mediciones, los estudiantes serán capaces de calcular en forma aproximada la constante de Feigenbaum, una de las constantes universales relacionadas con el fenómeno de caos. Para el caso de tres valores (como se hará en el laborarotio), la constante de Feigenbaum se puede aproximar como:

$$\delta = \frac{R_2 - R_1}{R_3 - R_2}, \quad (3)$$

aquí  $R_1$  es el valor de la resistencia para el primer punto de bifurcación,  $R_2$  es el valor de la resistencia para el segundo punto de bifurcación,  $R_3$  es el valor de la resistencia para el tercer punto de bifurcación. El valor exacto  $\delta = 4,66920 \dots$  no es posible de obtener con este equipo, dado que el tercer punto de bifurcación es difícil

de establecer con el osciloscopio analógico al que tenemos acceso para esta práctica. Por lo tanto, se esperan valores en el orden de magnitud. Para mejorar esto, se harán muchas medidas para poder tener una buena estadística.

## Desarrollo de la práctica

Usando un circuito de Chua, se va a cambiar el valor de  $R_1$  (ver figura 3) de forma de poder establecer tres (3) puntos de bifurcación como se muestra en la figura 6. Para poder calcular la constante de Feigenbaum, procederemos de la siguiente manera, si la conexión a Internet lo permite:

1. Dos estudiantes se encargarán de controlar los interruptores desde la página de internet de adafruit IO; el profesor les dará el link y compartirá los tres Feed de cada interruptor para que puedan controlar desde sus casas.
2. Dos estudiantes estarán a cargo de indicar dónde consideran que se debe colocar el valor de  $R_1$ . Esta resistencia la va a variar el profesor, y los estudiantes al ver el osciloscopio podrán indicar cuando se debe detener.
3. Se tomarán al menos 10 datos por cada punto de bifurcación.
4. Se irá al paso (2) y cambiamos a otros dos estudiantes.
5. Este proceso continuará hasta tener unos 100 puntos por cada una de las resistencias.
6. En el momento del paso 2, los estudiantes irán viendo la evolución de  $\delta$  con los valores que el profesor estará enviando.

Luego de culminar la práctica se realizará un Quiz de 5 preguntas, 3 experimentales y 2 teóricas. Igualmente se subirán los datos a Júpiter para realizar los cálculos. Es importante saber que la práctica representa un reto mayor, dado su complicación de medición; esto es, no necesariamente se podrán conseguir los datos apropiados para que los cálculos den los valores esperados.

## Referencias

- [1] B. de Jong. Book review: Parametric random vibration / by r.a. ibrahim. - chichester : Wiley, 1986. *Automatica*, 22(5):611–612, 1986.
- [2] Electronics-tutorials. Lc oscillator basics. <https://www.electronics-tutorials.ws/oscillator/colpitts.html>.
- [3] Universidad de Tampere. Feedback and oscillators. <http://www.cs.tut.fi/kurssit/TLT-8016/Chapter9.pdf>.